

التكامل غير المحدود

قواعد التكامل غير المحدود

(١) تكامل الثابت ( العدد )

$$\int a \, dx = ax + c$$

مثال : جد التكاملات الآتية

إمتهلك مستقبلك

$$(1) \int 5 \, dx$$

$$(2) \int 8 \, dx$$

$$(3) \int a \, dx$$

$$(4) \int -9 \, dx$$

$$(5) \int -19 \, dx$$

$$(6) \int \frac{1}{2} \, dx$$

$$(7) \int \frac{9}{5} \, dx$$

$$(8) \int \frac{1-}{2} \, dx$$

$$(9) \int \frac{-dx}{2}$$

$$(10) \int \frac{dx}{2}$$

$$(11) \int \sqrt{5} \, dx$$

$$(12) \int \pi \, dx$$

التكامل : إذا كان ق (س) =  $s^2$  + س فإن ق (س) =  $s^2 + 1$  و هنا نقول إن التكامل عملية عكسية للتفاضل ( للاقتران المتصلة ) أي أن تكامل  $s^2 + 1$  تعني إيجاد الاقتران ق (س) الذي مشتقته  $s^2 + 1$

أنواع التكامل

التكامل المحدود

على الفترة [ أ ، ب ]

$$\int_a^b f(x) \, dx$$

أ : الحد السفلي للتكامل المحدود

ب : الحد العلوي للتكامل المحدود

بعد إجراء التكامل

(١) نضع حدود التكامل في نهاية التكامل

(٢) نعوض الحد العلوي مكان كل س في الاقتران

(٣) نعوض الحد السفلي مكان كل س في الاقتران

(٤) نطرح

( العلوي ) - ( السفلي )

ق ( ب ) - ق ( أ )

نتائج التكامل المحدود دائما رقم

التكامل الغير محدود

$$\int f(x) \, dx$$

بعد إجراء التكامل للمقدار

(١) نلغي التكامل و د س

(٢) نضع في النهاية + ج

حيث

← رمز التكامل

المقدار ← قيمة ق (س)

د س ← دلالة التكامل د الحرف

ج ← ثابت التكامل

## ٢) تكامل س لها قوة

$$\int \text{أس}^n \text{ دس} = \frac{\text{أس}^{n+1}}{n+1} + \text{ج} , \text{ حيث } n \neq -1, n \in \mathbb{Z}$$

n ( موجبة ) بتكبر ( n + 1 ) ( بتزيد )  
n ( سالبة ) بتصغر ( -n + 1 ) ( بتنقص )

$$n \text{ ( كسر ) } \int \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{أ} + \text{ب}} - \frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{ب}}$$

مثال : جد التكاملات الاتية

$$(1) \int \text{س}^0 \text{ دس}$$

$$(2) \int \text{س}^1 \text{ دس}$$

$$(3) \int \text{س}^6 \text{ دس}$$

$$(4) \int \text{س}^{-2} \text{ دس}$$

$$(5) \int \text{س}^{-7} \text{ دس}$$

$$(6) \int \text{س}^{-7} \text{ دس}$$

$$(7) \int \text{س}^3 \text{ دس}$$

$$(8) \int \text{س}^2 \text{ دس}^{-3}$$

$$(9) \int \text{س}^4 \text{ دس}^2$$

$$(10) \int \frac{\text{س}^2}{2} \text{ دس}$$

$$(11) \int \frac{\text{س}}{3} \text{ دس} \text{ إمتلاك مستقبلك}$$

$$(12) \int \frac{1}{5} \text{س}^3 \text{ دس}$$

$$(13) \int \frac{1-}{6} \text{س}^{-4} \text{ دس}$$

$$(14) \int \frac{2}{\text{س}^0} \text{ دس}$$

$$(15) \int \frac{7}{\text{س}^4} \text{س}^3 \text{ دس}$$

$$(16) \int \frac{9-}{\text{س}^1} \text{ دس}$$

$$(17) \int \frac{7-}{\text{س}^9} \text{س}^6 \text{ دس}$$

$$(٧) \int (٢ - ٥س - ٣س^٣ - ١٩س^١٩) دس$$

مثال : جد التكاملات الاتية

$$(١) \int (٣س - ٥س^٢ + ٩) دس$$

$$(٨) \int (س^٥ - ٣س^٧ + ٩س^٤) دس$$

$$(٢) \int (س^٢ + ٦س + ٨) دس$$

$$(٣) \int (٤س^٣ + ٦س^٢ + ٨س - ١) دس$$

$$(٩) \int (٤س^٣ - ٣س^٨ + ٧س^٦) دس$$

$$(٤) \int (٤س + ١٢س^٣ + ٨س^٩ - ٦) دس$$

$$(١٠) \int (س^٤ - ٢س^٥ + ٣س^٢ + ٩) دس$$

$$(٤) \int (٣س^٥ + ٧س^٣ + ٦س^٢) دس$$

$$(٥) \int (س^٧ - ٢س^٥ + ٨س + ١٢) دس$$

$$(٦) \int (س^٤ - ٢س^٥ - ٣س^٣ + ٩) دس$$

## ٣) تكامل الاقترانات المثلثية

$$(٧) \left[ (٢جتاس + \frac{قأس}{٣} - \frac{س}{٦}) دس \right]$$

$$(٨) \left[ جا (٧س + ٣) دس \right]$$

$$(٩) \left[ جتا (٣س + ٥) دس \right]$$

$$(١٠) \left[ قأ٢ (٩س + ٩) دس \right]$$

$$(١١) \left[ جا (٩س - ٨س) دس \right]$$

$$(١٢) \left[ جتا (٢س - ٧) دس \right]$$

$$(١٣) \left[ قأ٢ (٩س - ٢) دس \right]$$

$$(١٤) \left[ جا \left( ٣س + \frac{١}{٤} \right) دس \right]$$

$$(١٥) \left[ جتا \left( ٧ - \frac{س}{٥} \right) دس \right]$$

$$(١٦) \left[ قأ٢ \left( ٥س + \frac{٢}{٣} \right) دس \right]$$

$$(١٧) \left[ (-٣جا٢س + قأ٢٤س + جتا (٥س - ٢) - ٥س) دس \right]$$

$$(١٨) \left[ (جتا٣س + قأ٢٨س + جا٧س - ٥س⁻) دس \right]$$

$$(١٩) \left[ (٤جتا٧س + ٦قأ٢س + ٢جا٧س - ٥س⁻) دس \right]$$

$$\left[ جا س دس = -جتاس + ج \right]$$

$$\left[ جتاس دس = جا س + ج \right]$$

$$\left[ قأ٢ س دس = ظاس + ج \right]$$

$$\left[ جا (أس + ب) دس = \frac{-جتا (أس + ب)}{أ} + ج \right]$$

$$\left[ جتا (أس + ب) دس = \frac{جا (أس + ب)}{أ} + ج \right]$$

$$\left[ قأ٢ (أس + ب) دس = \frac{ظا (أس + ب)}{أ} + ج \right]$$

مثال : جد التكاملات الآتية

$$(١) \left[ (جاس + قأس) دس \right]$$

$$(٢) \left[ (٢جتاس - جاس) دس \right]$$

$$(٣) \left[ (٤قأس + ٤جاس) دس \right]$$

$$(٤) \left[ (-٣جاس + \sqrt{٧}جتاس + س⁴) دس \right]$$

$$(٥) \left[ (-٣جاس + قأس + جتاس - ٥س) دس \right]$$

$$(٦) \left[ (٤س³ - \frac{١}{٤}جتاس + ٤قأس - ٥س⁻) دس \right]$$

$$(٧) \left[ (٤س^{-٣} - \frac{١}{٢}جاس + ٣قا^٢س - ٣س^٢) دس \right]$$

(٤) تكامل القوس له قوة وما داخله خطي

$$\left[ (أس + ب)^ن دس = \frac{(أس + ب)^{ن+١}}{(ن+١)أ} + ج \right]$$

مثال : جد التكاملات الآتية

$$(١) \left[ (٧س + ٩)^٨ دس \right]$$

$$(٨) \left[ (٣جا^٢س - ٥س^٤ + ٣جتا^٣ - ٣س) دس \right]$$

$$(٢) \left[ (٨س + ٢س^٢) دس \right]$$

$$(٣) \left[ (٩س + ٤س^٧) دس \right]$$

$$(٩) \left[ (٣قا^٢(٦س + ٦) - ٥س^٢ + \frac{١}{٢}جاس - ٣(٢س - ٣)جا) دس \right]$$

$$(٤) \left[ (٣س^٣ - ٤س) دس \right]$$

$$(٥) \left[ (س^٣ - ٤س + ٢جاس - (٤س - ٤)^٣) دس \right]$$

$$(٦) \left[ (١٠س^٢ - ٤قا^٢س + جاس - ٦) دس \right]$$

الفلم  
إملاك مستقبلك

$$\text{إذا كانت ص} = \left[ \text{س}^3 + 2 \text{ دس} \right] \text{ فجد } \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \text{ عند ما س} = 2$$

- (أ) ٥ (ب) -١٠ (ج) ٨ (د) ١٠

مشتقة التكامل ( مفتاح السؤال )  $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$  ، ق (س)

اشتقاق التكامل المحدود

اشتقاق التكامل الغير محدود

$$\left( \quad \right) = \left( \quad \right)$$

$$\left( \quad \right) = \left( \quad \right)$$

مشتقة التكامل المحدود  
دائما صفر

الطرف الذي معه اشارة  
التكامل و دس ... فإن  
المشتقة تلغي التكامل و دس

الطرف الذي ليس معه  
تكامل و دس نشتقه عادي

$$\text{إذا كانت ص} = \left[ \frac{1}{\text{س} + 5} \text{ دس} \right] \text{ فجد } \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \text{ عند ما س} = 3$$

- (أ)  $-\frac{1}{4}$  (ب)  $-\frac{1}{8}$  (ج)  $\frac{1}{8}$  (د)  $\frac{1}{4}$

$$\text{إذا كانت ص} = \left[ \frac{\text{س}^2}{\text{س}^3 + 5} \text{ دس} \right] \text{ فجد } \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \text{ عند ما س} = 2$$

$$\text{إذا كانت ق (س)} = (5 - 7\text{س}^3) \text{ دس} \text{ فجد ق (1)}$$

- (أ) 2 (ب) -١٠ (ج) ٨ (د) 2-

$$\text{إذا كانت } \left[ \text{ق (س) دس} = 8\text{س}^3 - 4\text{س}^2 + 2 \right] \text{ فجد ق (1)}$$

- (أ) ٤٠ (ب) -٤٠ (ج) ١٦ (د) ٤-

$$\text{إذا كانت ق (س)} = \left[ \sqrt{7\text{س}} - 7\text{س} \right] \text{ دس} \text{ فجد ق (س)}$$

$$\text{إذا كانت } \left[ \text{ق (س) دس} = 4\text{س}^3 - 2\text{س} + 1 \right] \text{ فجد ق (س)}$$

$$\text{إذا كانت } \left[ \text{ق (س) دس} = \text{س}^4 - 2\text{س}^3 + 2\text{س} \right] \text{ فجد ق (1)}$$

$$\text{إذا كانت ص} = \left[ (7\text{س} - 1) \text{ دس} \right] \text{ فجد } \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \text{ عند ما س} = 4$$

- (أ) صفر (ب) 7- (ج) ٥ (د) 2-

- (أ) 27 (ب) 7- (ج) 7 (د) 27-

<p>إذا كانت <math>ق (س) = ٣س^٢ + ١س + ١</math> ، فجد <math>ق (-١)</math></p> <p>أ) ٧      ب) -١٦      ج) ١٦      د) -٧</p>	<p>إذا كانت <math>ق (س) = (٣س^٠ + ٣س^١ + ١) دس</math> ، فجد <math>ق (١)</math></p> <p>أ) ٣      ب) -٦      ج) ٥      د) -٥</p>
<p>إذا كانت <math>ق (س) = ٣ - ٢س^٢</math> ، فجد <math>ق (٠)</math></p> <p>أ) صفر      ب) -٨      ج) ٤      د) -٤</p>	<p>إذا كانت <math>ق (س) = \sqrt[٧]{٢س}</math> دس ، فجد <math>ق (٢)</math></p> <p>أ) ٣      ب) -٢      ج) ٢      د) -٥</p>
<p>إذا كانت <math>ق (س) = (٥س^٣ + ٢) دس</math> ، فجد <math>ق (١)</math></p> <p>أ) ١٥      ب) -١٥      ج) ٧      د) -٧</p>	<p>إذا كانت <math>ق (س) = (٦س^٢ + ٤س) دس</math> ، فجد <math>ق (س)</math></p> <p>أ) ٣      ب) -٢      ج) ٢      د) -٥</p>
<p>إذا كانت <math>ق (س) = (٧ - ٢س) دس</math> ، فجد <math>ق (٠)</math></p> <p>أ) ١٥      ب) -١٥      ج) ٧      د) -٧</p>	<p>إذا كانت <math>ق (س) = ٣س^٢ - ٢س + ج</math> ، فجد <math>ق (٤)</math></p> <p>أ) ٢٤      ب) -٢٤      ج) ٢٢      د) -٢٢</p>
<p>إذا كانت <math>ق (س) = ٧ - ٣س</math> ، فجد <math>ق (-١)</math></p> <p>أ) ٣      ب) -٦      ج) ٥      د) -٣</p>	<p>إذا كانت <math>ق (س) = (٣ + س) دس = ٢س + أس + ١</math> ، وكان <math>ق (١) = ٤</math> فجد قيمة الثابت أ</p> <p>أ) ٤      ب) ٥      ج) ٦      د) ٢</p>
<p>إذا كان <math>ق (س) = ١ + ٢س + ٣س^٢</math> ، فجد <math>ق (٢)</math></p> <p>أ) ٨      ب) -١٠      ج) ٢      د) -٢</p>	<p>إذا كانت <math>ق (س) = ١ + ٢س</math> ، فجد <math>ق (١)</math></p> <p>أ) ٨      ب) -١٠      ج) ٢      د) -٢</p>
<p>إذا كان <math>ق (س) = ١ + ٢س + ٣س^٢</math> ، فجد <math>ق (٢)</math></p> <p>أ) ٨      ب) -١٠      ج) ٢      د) -٢</p>	<p>إذا كانت <math>ق (س) = ١ + ٢س</math> ، فجد <math>ق (١)</math></p> <p>أ) ٨      ب) -١٠      ج) ٢      د) -٢</p>

$$\int \sqrt[3]{s} \, ds$$

حالات لا تكامل مباشرة ( محرمات التكامل )

(١) ( محرمات ) تكامل الجذر تحته  $s$   $\sqrt[3]{s}$  الداخـل  $s$  الخارج

أ) يحول الجذر إلى قوة كسرية  $s^{\frac{1}{3}}$  الداخـل  $s^{\frac{2}{3}}$  الخارج

ب) يكامل كقوة كسرية

ج) يرجع جذر

$$\int \sqrt[3]{2s} \, ds$$

$$\int \sqrt[3]{s-2} \, ds \quad \text{إمـتلك مستقبـلك}$$

$$\int (2s + \sqrt[3]{s-2}) \, ds$$

$$\int \sqrt[3]{s} \, ds$$

$$\int \sqrt[3]{s} \, ds$$

$$\int (s^6 + \sqrt[3]{s} + \sqrt[3]{s} + s^{-3}) \, ds$$

$$\int \sqrt[3]{s} \, ds$$

$$\int (2s^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{s} + \sqrt[3]{s} + s^{-3}) \, ds$$

$$\int \sqrt[3]{s} \, ds$$

$$\int \sqrt[3]{s} \, ds$$



$$\left[ \text{دس } \sqrt{s} \times s^2 \right]$$

(٢) (محرمات) تكامل الضرب [ سينات  $\times$  سينات دس

أ) نجري عملية الضرب

ب) نجع الحدود اذا امكن

ج) نكامل عادي

$$(أ \pm ب)^2 = أ^2 \pm ٢أب + ب^2$$

مثال : جد التكاملات الاتية

$$\left[ \text{دس } (٥ - س) \right]$$

$$\left[ \text{دس } ٢س (س + ٢) \right]$$

$$\left[ \text{دس } ٢(١ - س) \right]$$

$$\left[ \text{دس } ٢س (٢س + ٥) \right]$$

$$\left[ \text{دس } ٢(٢ + س) \right]$$

$$\left[ \text{دس } ٣س (س + ٣) \right]$$

$$\left[ \text{دس } ٢(٣ + س) \right]$$

$$\left[ \text{دس } \sqrt{s} (\sqrt{s} + ٣) \right]$$

إملاك مستقبلك

$$\left[ (س^٢ + ٣) دس \right]$$

$$\left[ (س^٢ - ٣) (س^٢ + ٢) دس \right]$$

$$\left[ (س + ٣) (س^٢ + ٥) دس \right]$$

$$\left[ س^٣ (س - ٦) (س - ٥) دس \right]$$

$$\left[ (س + ٥) (س + ٢) (س - ١) دس \right]$$

$$\left[ (س + ١) (س - ٥) (س - ٢) دس \right]$$

$$\left[ (س - ١) (س - ١) (س - ١) دس \right]$$

الفلم  
إملاك مستقبلك

$$\left[ \text{دس } \frac{4}{7s^2} \right]$$

(٣) (محرمات) تكامل القسمة لها ثلاث أشكال  
 (أ)  $\left[ \text{دس } \frac{أ}{ب س} \right]$  ← ترفع س للأعلى وتستبدل إشارة القوة  
 ← تكامل عادي

$$\left[ \text{دس } \frac{3}{8s^2-2} \right]$$

(ب)  $\left[ \text{دس } \frac{\text{معادلة}}{ب س} \right]$  ← نوزع المقام  
 ← ترفع س للأعلى وتستبدل إشارة القوة  
 ← تكامل عادي

(ج)  $\left[ \text{دس } \frac{\text{معادلة}}{أس + ب} \right]$  ← نحلل  
 ← نختصر  
 ← تكامل عادي

$$\left[ \text{دس } \left( \frac{7}{5s^3} - 3 \right) \right]$$

(د)  $\left[ \text{دس } \frac{أ}{(أس + ب) \text{ القوة}} \right]$  ← يرفع القوس للأعلى وتستبدل  
 ← إشارة القوة  
 ← تكامل عادي

$$\left[ \text{دس } \left( \frac{5}{7s} - \frac{2}{3s^5} \right) \right]$$

مثال : جد التكاملات الآتية

$$\left[ \text{دس } \frac{3}{2s^4} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \left( 3 + \frac{2}{5s} \right) \right]$$

$$\left[ \text{دس } \left( 5 + \frac{7}{4s} - 3s^2 \right) \right]$$

$$\left[ \text{دس } \left( 2 - \frac{4}{3s} \right) \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{2}{3s} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{5}{\sqrt{s}} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \left( s^2 + 3 - \frac{2}{s^4} \right)^2 \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{2}{\sqrt[3]{s}} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \left( s^2 + 3 - \frac{2}{s^4} \right)^2 \right]$$

$$\left[ \text{دس } \left( 3 + \frac{1}{\sqrt{s}} \right) \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^3 + s^0}{s} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \left( \frac{3}{\sqrt{s}} + \sqrt{s} \right) \sqrt{s} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^0 + s^3 + s^2 + s}{s} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \left( s^3 + \frac{2}{5} - \frac{3}{s^5} \right)^2 \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^2 + s^3 + s^4}{s^3} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^2 + s^4}{s^2} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \left( s^2 - \frac{2}{s^5} + s^3 \right)^3 \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{3s^2 + 6s^3 + 8s^2 - 3}{s^2} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \left( s^3 - \frac{2}{s^7} + \frac{2}{s^3} \right)^3 \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{3 + 7s^2}{s^2} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \sqrt{s} \left( \sqrt{s} + \frac{5}{s} \right) \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^0 + 7}{s} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^2 - 25}{s + 5} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \left( s^2 - \frac{2}{s^4} + s^3 \right)^2 \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^2 - 2}{s - 1} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^3 + 8}{s + 2} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^4 - 16}{s - 2} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^3 - 125}{s - 5} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^2 - 4}{s - 2} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^2 + 2s + 2}{s + 1} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^2 - 6s + 7}{s - 3} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^3 - 27}{s - 3} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^2 - 2s + 2}{s - 2} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^2 - 4s + 3}{s - 3} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^3 - 4s}{s - 2} \right]$$

$$\left[ \text{دس } \frac{s^2 + 4s + 4}{s + 2}, \text{ دس } s - 2 \right]$$

2 جتا<sup>٥</sup> قاس دس

جاس دس  
ظاس

ظاس جتا<sup>٥</sup> دس

ظتا<sup>٥</sup> جاس دس

س<sup>٢</sup> - ٥ جتا<sup>٥</sup> دس  
س<sup>٢</sup> جتا<sup>٥</sup>

(٤) (محرمات) تكامل الاقترانات المثلثية

(أ)  $\frac{1}{\text{جتاس}}$  دس ← ترفع جتا<sup>٥</sup> للأعلى وتستبدل بـ قاس

(ب)  $\frac{1}{\text{جتاس}^2}$  دس ← ترفع جتا<sup>٥</sup> للأعلى وتستبدل بـ قاس

(ج)  $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$  دس ← تستبدل بـ جاس

(د)  $\frac{1}{\text{قا}^2 - \text{س}^2}$  دس ← ترفع للأعلى وتستبدل بـ قاس

(هـ)  $\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$  دس ← تستبدل بـ جاس

مثال : جد التكاملات الآتية

$\frac{7}{\text{جتاس}}$  دس

$\frac{3}{\text{قا}^2 - \text{س}^2}$  دس

جتاس ظاس دس

٥ جتا<sup>٥</sup> قاس دس

$$\left[ \frac{s^3 - 2s^2}{s^3} \text{ دس} \right]$$

مثال : جد التكاملات الآتية

$$\left[ s \times \sqrt[3]{s^5} \text{ دس} \right]$$

المعلم  
إملاك مستقبلك

$$\left[ (s^7 - s^2)(s^3 - s^2) \text{ دس} \right]$$

$$\left[ \frac{s^5 - s^6}{s^3} \text{ دس} \right]$$

$$\left[ -s^3 - (s^2 - s^6 + 1) \text{ دس} \right]$$

$$\left[ \frac{s^2 - s^4 - 6}{s^2} \text{ دس} \right]$$

$$\left[ \frac{s^3 - s^5}{s^3} \text{ دس} \right]$$



$$\left[ \text{دس} \left( \frac{2}{\text{جتاس}} \times \frac{5}{\text{جتاس}} - \text{س}^3 \text{جتاس قاس} \right) \right]$$

$$\left[ \text{دس} \frac{\text{س}^2 + 5}{2} \right]$$

$$\left[ \text{دس} \left( \frac{1}{\text{جتا}^2 \text{س}^6} + 3 \text{ظاس جتاس} \right) \right]$$

$$\left[ \text{دس} \left( \frac{3}{\text{س}^4} + \frac{7}{\text{جتا}^2 \text{س}} - 3 \text{جا} (2 - \text{س}) \right) \right]$$

$$\left[ \text{دس} \sqrt[3]{5 \times \text{س}^2} \right]$$

$$\left[ \text{دس} (3 \text{س}^2 + 5 \text{جا} \text{س}) \right]$$

$$\left[ \text{دس} \text{جتاس}^3 \text{ظاس} + (1 + \text{س}^2) \right]$$

$$\left[ \text{دس} \frac{\text{جتا}^2 \text{س}^3 - 3}{\text{جتا}^2 \text{س}} \right]$$

$$\left[ \text{دس} \left( \frac{4}{(1 + \text{س}^3)} + \text{س}^3 \right) \right]$$

$$\left[ \text{دس} (2 \text{س}^4 + \frac{3-}{\text{س}^5} + \frac{2}{\text{س}} + \text{قاس}) \right]$$

$$\left[ (س^2 + جتاس + س^{-2} + قاس) دس \right]$$

$$\left[ (س + ٢) (س - ١) دس \right]$$

$$\left[ (٥ جاس + ٦ جتاس + س^{\frac{2}{5}}) دس \right]$$

$$\left[ (جاس - ٧ قاس - س + س^{-3}) دس \right]$$

الفلم  
إملاك مستقبلك

$$\left[ \left( \frac{3}{\sqrt[3]{س}} + \frac{4}{5} - 4 قاس^2 (س - 2) \right) دس \right]$$

$$\left[ \frac{س^2 + ٥س + ٦}{س + ٢} دس , س \neq ٢ \right]$$

$$\left[ \frac{٥}{٤ - (س + ٣)^2} دس \right]$$

$$\left[ \frac{قاس}{جتاس} دس \right]$$

$$\left[ \left( ٦ + \frac{٩}{\sqrt[3]{س} - ٤} \right) دس \right]$$

$$\left[ \left( \frac{١١\sqrt{٧}}{س^3} - جتاس ظاس \right) دس \right]$$

$$\left[ \sqrt[5]{٨ + ٧س} دس \right]$$

$$\left[ \frac{س + ٢}{س + ١} دس , س \neq -١ \right]$$

$$\left[ \text{دس} \left( \frac{3}{3-(5-2s)} + 2s^3 + \text{جتا} (3-2s) \right) \right]$$

$$\left[ \text{دس} (3-2s)^6 \right]$$

$$\left[ \text{دس} \sqrt[5]{(3-5s)^3} \right]$$

$$\left[ \text{دس} \left( \frac{1}{s-7} + 3s^2 + 2s - 3 \right) \right]$$

إملاك مستقبلك

$$\left[ \text{دس} \left( \frac{1}{s} - \frac{9}{s^4} + (2-3s) \right) \right]$$

$$\left[ \text{دس} (2s + 5s + 3s) \right]$$

$$\left[ \text{دس} \left( \frac{18}{(1+2s)^2} + \frac{18}{1+2\sqrt{s}} \right) \right]$$

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق، وكان ق (س) = ٦س - ٨س<sup>٢</sup> + ٥ ،  
 ، وكان ق (-١) = ٢ ، فجد قاعدة الاقتران ق

الفلم  
 إمتلك مستقبلك

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق، وكان ق (س) = ٢س - ٥ ، وكان  
 ق (٢) = ٤ ، فجد قيمة ق (١)

## تطبيقات التكامل غير المحدود

## (٢) التفسير الفيزيائي

مفتاح السؤال

تعريف

(أ) إحسب السرعة

(ب) إحسب المسافة

(موقع الجسم)

خطوات الحل

(١) ع (ن) = ١ ت (ن) دن

(٢) ف (ن) = ١ ع (ن) دن

(٣) تكامل عادي + ج

(٤) التخلص من (ج) من

المساعدة

(أ) ع (أ) = ب

(ب) ف (أ) = ب

حيث

أ: قيمة ن

ب: الجواب

## (١) التفسير الهندسي

مفتاح السؤال

(أ) إذا كان ميل المماس

(ب) إحسب قاعدة الاقتران

(ج) جد ق (عدد)

خطوات الحل

ميل المماس = ق (س)

(١) ق (س) = ١ ق (س) دس

(٢) تكامل عادي + ج

(٣) التخلص من (ج) من

المساعدة

(أ) (أ، ب)

(ب) ق (أ) = ب

حيث

أ: قيمة س

ب: الجواب

إذا كان  $ق (س) = ٣س (٦ - س) + ٤س^٣$  ، وكان  $ق (٢) = ١ -$  إذا كان  $ل (س) = ٦س^٢ - ٦س^٢ - ٢س$  ، فجد قيمة  $ل (٣) - ل (١)$  ، فجد قيمة  $ق (١)$

الفلم  
إملاك مستقبلك

إذا كان  $ق (س) = \frac{س^٢ + ٦س + ٨س^٣}{س}$  ،  $س \neq ٠$  ، وكان  $ق (٠) = ٢$  ، فجد قيمة  $ق (١) = ١٢$  ، فجد قاعدة الاقتران  $ق (١)$  إذا كان  $ق (س) = (٥س^٣ + ٢) دس$  ، وكان  $ق (٠) = ٢$  ، فجد قيمة  $ق (١)$

جد قيمة ق (١٤) ، علما بأن ميل المماس لمنحنى الاقتران  
 ص = ق (س) عند النقطة (س ، ص ) يعطى بالقاعدة  
 ق (س) =  $\sqrt[3]{6 - 2س}$  ، وأن منحنى يمر بالنقطة (٥ ، ٠)

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق (س) =  $3س^3 + ٤س$  ،  
 وكان ق (١) = ٤ ، فجد قيمة ق (٣)

الفلم  
 إمتلاك مستقبلك

جد قيمة ق (١) ، علما بأن ميل المماس لمنحنى الاقتران  
 ص = ق (س) عند النقطة (س ، ص ) يعطى بالقاعدة  
 ق (س) =  $٥(٤ + س)$  ، وأن منحنى يمر بالنقطة (٧ ، ١)

جد قاعدة الاقتران ق ، علما بأن منحنى يمر بالنقطة (١ ، ٢) ،  
 وأن ميل المماس ص = ق (س) عند النقطة (س ، ص ) يعطى  
 ق (س) =  $٢س - ١$

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة ( س ، ص )  
يساوي ق (س) =  $4s^3 + 6s^2 - 3$  ، فجد قاعدة الاقتران ق  
علما بأن منحنى الاقتران يمر بالنقطة ( - ٢ ، ٠ )

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق (س) =  $3s^2 - 2s$  ،  
فجد قاعدة الاقتران علما بأن النقطة ( ٢ ، ٣ ) تقع على

الفلم  
إملاك مستقبلك

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة ( س ، ص )  
يساوي ق (س) =  $s(3s - 1)$  ، فجد قاعدة الاقتران ق  
علما بأن ق (٠) = ٢

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق (س) =  $(1 + s^2)^3$  ،  
فجد قاعدة الاقتران علما بأنه يمر بالنقطة ( ١٣ ، ٠ )

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة ( س ، ص )  
يساوي ق ( س ) = ( ٨ س - ١ ) ، فجد قاعدة الاقتران ق  
علما بأن ق ( ١ - ) = ٣

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة ( س ، ص )  
يساوي ق ( س ) = ٦ س<sup>٢</sup> + ٤ س ، فجد قاعدة الاقتران ق علما  
بأن ق ( ١ ) = ٢

الفلم  
إملاك مستقبلك

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة ( س ، ص )  
يساوي ق ( س ) = ٩ س<sup>٢</sup> - ١٠ س + ٣ ، فجد قاعدة الاقتران ق  
علما بأنه ( ١ - ، ٣ )

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة ( س ، ص )  
يساوي ق ( س ) = ٣ س ( س + ٢ ) ، فجد قاعدة الاقتران ق  
علما بأنه يمر ( ٠ ، ٢ )



يتحرك جسم حسب العلاقة ت (ن) = ١٢ م/ث<sup>٢</sup> احسب  
السرعة علما بأن السرعة الابتدائية ع(٠) = ٧ م/ث

يتحرك جسم حسب العلاقة ع (ن) = (٢ن + ٤) م/ث احسب  
المسافة بعد مرور (٣) ثواني علما بأن الموقع الابتدائي ف(٠) = ٦

الفلم  
إملاك مستقبلك

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد ن ثانية  
تعطى العلاقة ع (ن) = (٢ن + ١) م/ث فجد موقع الجسم بعد  
مرور (٣) ثواني علما بأن الموقعة الابتدائي ف(٠) = ٤ م

يتحرك جسم حسب العلاقة ت (ن) = (٦ن + ٢) م/ث<sup>٢</sup> احسب  
السرعة بعد مرور ثانية من بدء الحركة علما بأن ع(٢) = ١٣ م/ث

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن تسارعه تعطى  
بالعلاقة ت (ن) = (٦ ن) م/ث<sup>٢</sup> فجد موقع الجسم علما بأن  
ع (٠) = ٢ م/ث ، ف (٠) = ٥ م

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد ن ثانية  
تعطى العلاقة ع (ن) = (٣ ن<sup>٢</sup> + ٨ ن + ٧) م/ث فجد موقع  
الجسم بعد مرور ثانيتين علما بأن الموقعة الابتدائي ف (٠) = ٥ م

الفلم  
إملاك مستقبلك

إعداد الأستاذ

يتحرك نقطة مادية في خط مستقيم بحيث تعطى بالعلاقة  
ت (ن) = (٦ ن - ٢) م/ث<sup>٢</sup> فجد موقع الجسم بعد مرور  
ثانيتين علما بأن ع (٠) = ١ م/ث ، ف (٠) = ٣ م

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن تسارعه بعد ن ثانية  
تعطى العلاقة ت (ن) = (٤ ن - ٤) م/ث<sup>٢</sup> فجد سرعة الجسم  
بعد مرور (٣) ثواني علما بأن سرعته الابتدائية ع (٠) = ٨ م/ث

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد  $n$  ثانية تعطى العلاقة  $v = (n + 1)^2$  م/ث فجد المسافة التي يقطعها الجسم علما بأن الموقعة الابتدائي ف  $v = 12$  م

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن تسارعه بعد  $n$  ثانية تعطى العلاقة  $a = (n + 2)^{-2}$  م/ث<sup>٢</sup> ، فجد سرعة الجسم علما بأن سرعته الابتدائي ع  $v = 9$  م/ث

الفلم  
إملاك مستقبلك

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد  $n$  ثانية تعطى العلاقة  $v = (n + 1)(n - 3)$  م/ث ، فجد  
أ) القاعدة التي تمثل موقع الجسم بعد مرور  $n$  ثانية من بدء الحركة  
ب) موقع الجسم بعد مرور ثانيتين من بدر الحركة ، علما بأن موقعة الابتدائي ف  $v = 7$  م

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد  $n$  ثانية تعطى العلاقة  $v = (n + 12) \cos(n - 2)$  م/ث ، فجد القاعدة التي تمثل موقع الجسم بعد مرور  $n$  ثانية من بدء الحركة

## التكامل المحدود

(٣) إذا كان ق (س) هي مشتقة الاقتران ق المعرفة على الفترة

$$[ -٣ ، -١ ] \text{ وكان ق } (-٣) = ١٥ ، \text{ ق } (-١) = ٨ -$$

$$\text{فجد ق } (-١) - \text{ق } (-٣)$$

(١) إذا كان ق (س) هي مشتقة الاقتران ق المعرفة على الفترة

$$[ ٢ ، ٩ ] \text{ وكان ق } (٢) = ١١ ، \text{ ق } (٩) = ٢٥$$

$$\text{فجد } \left. \begin{array}{l} ٩ \\ \text{ق (س) دس} \\ ٢ \end{array} \right\}$$

الفلم  
إملاك مستقبلك

(٤) إذا كان الاقتران ق معرفة على الفترة [ ١ ، ٥ ] ، وكان

$$\text{ق (س) } = ٢س + ١ ، \text{ فجد ق } (٥) - \text{ق } (١)$$

(٢) إذا كان ق (س) هي مشتقة الاقتران ق المعرفة على الفترة

$$[ -١ ، ٣ ] \text{ وكان ق } (-١) = ١٢ ، \text{ ق } (٣) = ٨$$

$$\text{فجد } \left. \begin{array}{l} ٣ \\ \text{ق (س) دس} \\ -١ \end{array} \right\}$$

(٥) إذا كان ق (س) هي مشتقة الاقتران ق المعرفة على الفترة

$$[-1, 2] ، وكان ق (-1) = 3 ، ق (2) = 5$$

$$\int_{-1}^2 4 ق (س) دس$$

(٧) إذا كان ق (س) = ٣س<sup>٢</sup> ، فإن ق (س) دس يساوي

(أ) صفر      (ب) ٣      (ج) ٦      (د) ٩

الفلم  
إملاك مستقبلك

(٦) إذا كان ق (س) متصلًا وكان ق (١) = ٣ ، ق (٢) = ٤

$$\int_{-1}^2 4 ق (س) دس = 12 ، حيث أعداد ثابت ، فجد$$

قيمة الثابت أ؟

(٨) إذا كان ق (س) متصلًا وكان ق (٢) = ٤ ، ق (١) = ٢

$$\int_{-1}^2 4 ق (س) دس = 12 ، حيث أعداد ثابت ، فجد$$

قيمة الثابت أ؟

(أ) ٦      (ب) -٦      (ج) ٤      (د) -٤

مثال : جد قيمة التكاملات الآتية

$$(1) \int_1^8 \frac{3}{x} dx$$

$$(7) \int_{-1}^3 (7 + 2x) dx$$

$$(2) \int_{-1}^3 (4 - x) dx$$

$$(8) \int_2^{1-} (3x^2 - 2x + 5) dx$$

$$(3) \int_{\frac{4}{5}}^1 \frac{8}{x} dx$$

$$(9) \int_0^2 (1 - 4x) dx$$

$$(4) \int_1^4 2x dx$$

$$(10) \int_1^4 \frac{1}{2-x} dx$$

$$(5) \int_{-2}^3 3x^2 dx$$

$$(11) \int_1^2 (x - 4x) dx$$

$$(6) \int_1^3 \frac{1}{x} dx$$

$$(12) \int_1^6 \frac{2}{2-x} dx$$

$$(13) \int_3^4 s \, ds$$

$$(18) \int_1^5 ds$$

$$(19) \int_0^{2-} 7 - ds$$

$$(14) \int_1^8 \frac{1}{s^3} ds$$

$$(20) \int_{1-}^3 2 - ds$$

$$(21) \int_6^9 ds$$

$$(15) \int_4^1 \frac{1}{\sqrt{s}} ds$$

$$(22) \int_2^3 s^3 ds$$

$$(23) \int_0^2 (s + 1) ds$$

$$(16) \int_0^1 14(s)^{\frac{4}{3}} ds$$

$$(24) \int_0^1 (s - 2) ds$$

$$(17) \int_1^3 (4s - 1) ds$$

$$(25) \int \frac{(2s + 8s^2 - 5s^4 + 7) ds}{s^2}$$

$$(29) \int \frac{(3s^2 - 12) ds}{s^2}$$

$$(26) \int \frac{(5 + \frac{s}{2}) ds}{s^3}$$

$$(30) \int \frac{(3 - 3s^2) ds}{s^2}$$

$$(27) \int \frac{(3s^2 - 2)(s + 1) ds}{s^2}$$

$$(31) \int \frac{(5 + \frac{s}{2}) ds}{s^3}$$

$$(28) \int \frac{1}{s^8 \sqrt{s^3}} ds$$

$$(32) \int \frac{1}{s^2} ds$$

الفلم  
إملاك مستقبلك



الفلم  
إملاك مستقبلك

$$(36) \int_1^3 \left( 3 - \frac{1}{\sqrt{s}} \right) ds$$

$$(33) \int_2^3 \frac{6}{s} ds$$

$$(37) \int_2^3 \frac{6}{s^2(4+s)} ds$$

$$(34) \int_1^3 \sqrt{s} ds$$

$$(38) \int_1^2 \frac{s^2 + 5s + 6}{s + 2} ds, s \neq -2$$

$$(35) \int_1^4 \sqrt[4]{s} ds$$

$$(6) \text{ إذا كان ص } \left[ \frac{٥}{٣} \frac{٧س^٢}{٩ + ٣س^٢} + \frac{٥}{٧ + ٢س^٢} \right] = \frac{دص}{دس} \text{ فجد } \frac{دص}{دس}$$

مشتقة التكامل المحدود ( مفتاح السؤال )  
 $\frac{دص}{دس}$  ، ق (س) ..... دائما الجواب يساوي صفر

$$(1) \text{ إذا كان ص } \left[ \frac{٣}{١} (١ + ٢س) \right] = \frac{دص}{دس} \text{ فجد } \frac{دص}{دس}$$

$$(7) \text{ إذا كان ص } \left[ \frac{٣}{١} \frac{٥س}{٩ + ٣س^٢} + \frac{١ - س}{١ + س} \right] = \frac{دص}{دس} \text{ فجد } \frac{دص}{دس} \text{ ، علما أن } ٢ = ٢$$

$$(2) \text{ إذا كان ص } \left[ \frac{٣}{٢-} (٧س^٥ + ٢س^٢) \right] = \frac{دص}{دس} \text{ فجد } \frac{دص}{دس}$$

$$(3) \text{ إذا كان ق (س) } \left[ \frac{٦}{١-} (٩س^{-٢} + ٤س^٣) \right] = \text{ فجد ق } (١ -)$$

$$(4) \text{ إذا كان ق (س) } \left[ \frac{٤}{\cdot} \sqrt{١ - ٥س} \right] = \text{ فجد ق } (٣)$$

$$(5) \text{ إذا كان ص } \left[ \frac{٩}{١} \sqrt{٩ + ٢س} \right] = \frac{دص}{دس} \text{ فجد } \frac{دص}{دس}$$

$$(٣) \int_1^5 k \, dx = ٨ - ٨ , \text{ فجد قيمة الثابت } k ?$$

$$(٤) \int_3^4 ٣س^٢ \, dx = ٣٥ - ٣٥ , \text{ فجد قيمة الثابت } أ ؟$$

إملاك مستقبلك

$$(٥) \int_0^1 ٢ \, dx = ٩ - ٩ , \text{ فجد قيمة الثابت } أ ؟$$

$$(٦) \int_1^4 ٥ \, dx = ٧ - ٧ , \text{ فجد قيمة الثابت } ج ؟$$

ثوابت ( مجاهيل ) التكامل المحدود

(٢) المقدار معرف

مفتاح السؤال

$$\int_0^1 \text{المقدار معرف } dx = \text{صفر}$$

$$\int_0^1 \text{المقدار معرف } dx = \text{عدد}$$

القانون

(١) تكامل عادي

(٢) نعوض الحدود

( العلوي ) - ( السفلي )

(١) المقدار غير معرف

مفتاح السؤال

$$\int_0^1 \text{ق (س) } dx = \text{صفر}$$

القانون

( العلوي ) = ( السفلي )

مثال : جد قيمة التكاملات الآتية

$$(١) \int_0^1 ٨ \, dx = ٨ - ٨ , \text{ فجد قيمة الثابت } ج ؟$$

$$(٢) \int_{-2}^8 ٨ \, dx = ٢٤ - ٢٤ , \text{ فجد قيمة الثابت } ب ؟$$

$$(٧) \int_1^4 ج دس = ٩ ، فجد قيمة الثابت ج ؟$$

$$(١٢) \int_1^2 ٢س دس = ٨ ، فجد قيمة الثابت ب ؟$$

$$(٨) \int_{-2}^1 ب دس = ٣ ، فجد قيمة الثابت ب ؟$$

$$(١٣) \int_2^3 ٣س^٢ دس = ١٩ ، فجد قيمة الثابت ب ؟$$

إملاك مستقبلك

$$(٩) \int_1^7 ٢ك دس = ٢٤ ، فجد قيمة الثابت ك ؟$$

$$(١٤) \int_0^2 ٦س^٢ دس = ١٦ ، فجد قيمة الثابت ج ؟$$

$$(١٠) \int_2^5 ٥ دس = ٢٠ ، فجد قيمة الثابت ب ؟$$

$$(١١) \int_2^8 ٨س دس = ٢٠ ، فجد قيمة الثابت ج ؟$$

$$(19) \int_1^j (2s + 2) \, ds = 4 - \text{دس} \text{ ، فجد قيمة الثابت ج ؟}$$

$$(15) \int_1^8 4 \, ds = 12 \text{ ، فجد قيمة الثابت أ ؟}$$

إملاك مستقبلك

$$(20) \int_1^3 (2s + 1) \, ds = 12 \text{ ، فجد قيمة الثابت أ ؟}$$

$$(16) \int_1^3 2s \, ds = 8 \text{ ، فجد قيمة الثابت ج ؟}$$

$$(21) \int_1^{2A} 3 \, ds = 12 \text{ ، فجد قيمة الثابت أ ؟}$$

$$(17) \int_1^j (2s + 3) \, ds = 0 \text{ ، فجد قيمة الثابت ج ؟}$$

$$(22) \int_0^1 (2 - s) \, ds = 1 \text{ ، فجد قيمة الثابت أ ؟}$$

$$(18) \int_1^2 4s \, ds = 6 - \text{ج} \text{ ، فجد قيمة الثابت ج ؟}$$

$$(23) \int_0^2 (4s - A) ds = 10, \text{ فجد قيمة الثابت } A ?$$

$$(26) \int_0^m (2 - 4s) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } m ?$$

$$(27) \int_0^{7+A} (s) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } A ?$$

إملاك مستقبلك

$$(24) \int_0^2 (As + 1) ds = 4, \text{ فجد قيمة الثابت } A ?$$

$$(28) \int_0^2 (s) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } A ?$$

$$(29) \int_0^{-7} (s) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } m ?$$

$$(24) \int_0^{A-4} (s) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } A ?$$

$$(30) \int_0^3 (s) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } A ?$$

$$(25) \int_0^1 (2s - 3) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } n ?$$

## خصائص التكامل المحدود

يقسم السؤال إلى قسمين

(٢) المطلوب

مفتاح السؤال

(أ) فجد ما بعدها مطلوب(ب) فإن ما بعدها مطلوب

الخاصية الخطية

الثابت خارج التكامل

$$(1) \int_a^b l \, dx = \text{دس} \left[ \int_a^b \frac{1}{l} \, dx \right] \text{ ق (س) دس} , \text{ حيث } l \text{ ثابت}$$

ملاحظة : في عملية الجمع والطرح شرط

أن نوزع التكامل ونكامل كل حد لوحدة

$$(2) \int_a^b \left[ \frac{1}{l} \text{ ق (س) دس} + \frac{1}{l} \text{ ع (س) دس} \right] dx = \int_a^b \frac{1}{l} \text{ ق (س) دس} + \int_a^b \frac{1}{l} \text{ ع (س) دس}$$

(١) المعطيات

مفتاح السؤال

(أ) إذا كان ما بعدها معطيات(ب) إذا علمت ما بعدها معطيات

الخاصية الخطية

$$(1) \int_a^b \frac{1}{l} \text{ ق (س) دس} = \frac{\text{عدد}}{l}$$

$$(2) \int_a^b \frac{1}{l} \text{ ق (س) دس} = \frac{\text{عدد}}{1}$$

ملاحظة : في عملية الجمع والطرح شرط

أن نوزع التكامل ونكامل كل حد لوحدة

$$(3) \int_a^b \left[ \frac{1}{l} \text{ ق (س) دس} + \frac{1}{l} \text{ ع (س) دس} \right] dx = \int_a^b \frac{1}{l} \text{ ق (س) دس} + \int_a^b \frac{1}{l} \text{ ع (س) دس}$$

خواص التكامل المحدود

$$(1) \int_a^a (س) ق = صفر$$

$$(2) \int_a^b (س) ق - \int_b^a (س) ق = صفر$$

$$(3) \int_a^b (س) ق + \int_b^a (س) ق = صفر$$

$$(1) \int_a^b (س^2 + 9) دس$$

$$(2) \int_a^b (6س + 9) دس$$

$$(3) \int_a^b (5 + 3س) دس$$

$$(4) \int_a^b (5 - 7س^2) دس = ل ، فجد قيمة الثابت ل$$

$$(5) \int_a^b (7 - \frac{1}{2}س^2) دس = ك ، فجد قيمة ك$$

$$(1) \text{ إذا كان } \int_a^b (س) ق = 6 ، \int_a^b (س) ه = -2 ، \text{ فجد قيمة كل مما يأتي :}$$

$$(أ) \int_a^b 2(س) ق دس$$

$$(ب) \int_a^b (3ه - 6ق + 4) دس$$

$$(2) \text{ إذا كان } \int_a^b 2(س) ق = -2 ، \int_a^b 5(س) ع = 5 ، \text{ فجد قيمة كل مما يأتي :}$$

$$(أ) \int_a^b \frac{5(س) ع}{2} دس$$

$$(ب) \int_a^b (2ع - 3ل) دس$$



$$(٦) \int \left( \frac{9}{s^5} + \sqrt{s} \right) ds$$

$$(١١) \int \frac{ق (س) دس = ١٢}{٢} ، فجد \int \frac{ق (س) دس}{٣} ds$$

$$(٧) \int \left( \sqrt[3]{s} - ٥ \right) ds = ج ، فجد قيمة ج$$

$$(١٢) \int \frac{ق (س) دس = ٩}{٢} ، فجد \int \sqrt[3]{٣} ق (س) دس ds$$

إمتلاك مستقبلك

$$(٨) \int \frac{٣}{s^5} ds = أ ، فجد قيمة أ$$

$$(١٣) \int \frac{ق (س) دس = ٦}{٧} ، فجد \int (٣ ق (س) - ٢س + ١) ds$$

$$(٩) \int \frac{ق (س) دس = ٥}{١} ، فجد قيمة كل مما يأتي :$$

(أ)  $\int \frac{ق (س) دس}{٣}$

(ب)  $\int \frac{٥ ق (س) دس}{١}$

(ج)  $\int \frac{٣ ق (س) دس}{٣}$

$$(١٤) \int \frac{٥ ق (س) دس = ١٠}{١} ، فجد \int \frac{٣ ق (س) دس}{٤}$$

$$(١٠) \int \frac{٣ ق (س) دس = ٦}{٢} ، فجد \int \frac{ق (س) دس}{٥}$$

$$(19) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 6, \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = -4$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

$$(15) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 16, \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 8$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

إمتهلك مستقبلك

$$(20) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 6, \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = -4$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

$$(16) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 9, \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 18$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

$$(21) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 15, \begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = -10$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس تساوي}$$

$$(17) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 1 \\ 7 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 1 \\ 7 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 5, \begin{matrix} 4 \\ 7 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 4 \\ 7 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 9$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

أ) ٥      ب) ١٣      ج) ١٥      د) ٢٥

$$(18) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 1 \\ 6 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 1 \\ 6 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 3, \begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = -4$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \left[ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{٢٤) إذا كان } \left[ \begin{array}{l} 3 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 8, \left[ \begin{array}{l} 6 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 2 \\ \text{١-} \end{array} \right\} \text{٢٤) إذا كان } \left[ \begin{array}{l} 3 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 8, \left[ \begin{array}{l} 6 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 2$$

الفلم  
إملاك مستقبلك

$$\left. \begin{array}{l} \text{٢٢) إذا كان } \left[ \begin{array}{l} 4 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 1, \left[ \begin{array}{l} 2 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 2 \\ \text{٣} \geq \text{س} > 2, \text{ ٣} \geq \text{س} \end{array} \right\} \text{٢٢) إذا كان } \left[ \begin{array}{l} 4 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 1, \left[ \begin{array}{l} 2 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 2$$

$$\left[ \begin{array}{l} 3 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{٢٥) إذا كان } \left[ \begin{array}{l} 5 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 3, \left[ \begin{array}{l} 3 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 2 \\ \text{١} \end{array} \right\} \text{٢٥) إذا كان } \left[ \begin{array}{l} 5 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 3, \left[ \begin{array}{l} 3 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 2$$

$$\left[ \begin{array}{l} 5 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 3, \left[ \begin{array}{l} 3 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{٢٣) إذا كان } \left[ \begin{array}{l} 2 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 0, \left[ \begin{array}{l} 2 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 1 \\ \text{٢} \geq \text{س} > 1, \text{ ٢} \geq \text{س} \end{array} \right\} \text{٢٣) إذا كان } \left[ \begin{array}{l} 2 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 0, \left[ \begin{array}{l} 2 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 1$$

$$\left[ \begin{array}{l} 2 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 0, \left[ \begin{array}{l} 2 \\ \text{ق (س) دس} \end{array} \right] = 1$$

$$(28) \text{ إذا كان } \begin{cases} 3 \\ 1- \end{cases} \left[ \begin{matrix} 3 \\ 1- \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 6, \begin{cases} 1- \\ 3 \\ 2 \end{cases} \left[ \begin{matrix} 1- \\ 3 \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ع (س) دس} = 5 -$$

فجد

$$(أ) \begin{cases} 3 \\ 1- \end{cases} \left[ \begin{matrix} 3 \\ 1- \end{matrix} \right] \text{ (ع ق (س) - ع (س) ) دس}$$

الفلم  
إملاك مستقبلك

$$(26) \text{ إذا كان } \begin{cases} 3 \\ 1 \\ 5 \end{cases} \left[ \begin{matrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 4, \begin{cases} 5 \\ 3 \end{cases} \left[ \begin{matrix} 5 \\ 3 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 3$$

$$\text{فجد } \begin{cases} 5 \\ 1 \end{cases} \left[ \begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ (ق (س) + 2) دس}$$

$$(ب) \begin{cases} 3 \\ 1- \end{cases} \left[ \begin{matrix} 3 \\ 1- \end{matrix} \right] \text{ (6س}^2 - 3\text{ع (س) + 2) دس}$$

$$(27) \text{ إذا كان } \begin{cases} 2 \\ 1- \end{cases} \left[ \begin{matrix} 2 \\ 1- \end{matrix} \right] \text{ (ق (س) - 3) دس} = 8, \begin{cases} 1- \\ 2 \end{cases} \left[ \begin{matrix} 1- \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

$$(29) \text{ إذا كان } \begin{cases} 1- \end{cases} \left[ \begin{matrix} 1- \end{matrix} \right] \text{ (2ق (س) - 2) دس} = 4,$$

$$\text{وكان } \begin{cases} 1- \\ 2 \end{cases} \left[ \begin{matrix} 1- \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ (2س + ق (س) ) دس} = 12, \begin{cases} 1- \\ 2 \end{cases} \left[ \begin{matrix} 1- \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

أ) ١٥      ب) ١٣      ج) ١٤      د) ١٢

$$(٣١) \text{ إذا كان } \left[ \begin{array}{c} ٤ \\ ٣ \end{array} \right] (٢ق (س) - (٢ - (س) دس = ٨ ، \left[ \begin{array}{c} ٢ \\ ٤ \end{array} \right] ع (س) دس = ١٢ -$$

فجد

$$(أ) \left[ \begin{array}{c} ٢ \\ ٣ \end{array} \right] ق (س) دس$$

الفلم  
إملاك مستقبلك

$$(ب) \left[ \begin{array}{c} ٣ \\ ٤ \end{array} \right] (٢ق (س) + (٣س^٢) دس$$

$$(٢٩) \text{ إذا كان } \left[ \begin{array}{c} ٣ \\ ٨ \end{array} \right] ق (س) دس = ٨ ، \text{ فجد}$$

$$(أ) \left[ \begin{array}{c} ٣ \\ ٨ \end{array} \right] ق (س) دس$$

$$(ب) \left[ \begin{array}{c} ٨ \\ ٣ \end{array} \right] (٢ق (س) + (٣س^٢) دس$$

$$(٣٠) \text{ إذا كان } \left[ \begin{array}{c} ٦ \\ ١- \end{array} \right] ق (س) دس = ٥ ، \left[ \begin{array}{c} ٢ \\ ٣ \end{array} \right] ق (س) دس = ٤ ، \text{ فجد}$$

$$(أ) \left[ \begin{array}{c} ٢ \\ ١- \end{array} \right] ق (س) دس$$

$$(ب) \left[ \begin{array}{c} ٢ \\ ٦ \end{array} \right] ق (س) دس$$

## التكامل بالتعويض

## مفتاح السؤال

يستخدم التكامل بالتعويض في عملية ضرب اقترانات

$$(١) \left[ (اقتران) \times (اقتران) \text{ قوة دس} \right]$$

$$(٢) \left[ \frac{اقتران}{(اقتران) \text{ قوة دس}} \right]$$

$$(٣) \left[ (اقتران) \times (اقتران \text{ دائري}) \text{ دس} \right]$$

$$(٤) \left[ (اقتران) \times (ق \text{ (س قوة)}) \text{ أو } (ق \text{ (س قوة)}) \text{ دس} \right]$$

## خطوات الحل

(١) نفرض ص = ما داخل القوس

(٢) نشتق

$$\frac{دص}{\text{مشتقة الفرض (ص)}} = دس$$

(٣) نختصر

(٤) إجراء التكامل

(٥) إسترجاع الفرض

$$(١) \left[ (اقتران) \times (اقتران) \text{ قوة دس} \right]$$

مثال : جد التكاملات الآتية

$$(١) \left[ (س٢) (س٢ + ١) \text{ دس} \right]$$

$$(٢) \left[ (س٣ + ٢) (س٣ + ٢س + ٩) \text{ دس} \right]$$

$$(٣) \left[ (س٢ + ٥) (س٢ + ٥س + ١) \text{ دس} \right]$$

الفلم  
إملاك مستقبلك

$$(٤) \int \sqrt[5]{(٩ + ٢س)٣} دس$$

$$(٨) \int (٢ + ٢س٣)٤ دس$$

$$(٥) \int \frac{1}{٥} (١ + ٢س) (٤ - س + ٢س) دس$$

$$(٩) \int \sqrt[٥]{(١ + ٢س) (٤ - س + ٢س)} دس$$

$$(٦) \int (٣س٣ - ١)٢ دس$$

$$(١٠) \int \sqrt[٣]{(٣ + س) (٦ - س - ٤)} دس$$

$$(٧) \int (٤ + ٣س)٢ (٣س - ٤) دس$$

الفلم  
إملاك مستقبلك

$$\left. \begin{array}{l} \text{دس} \frac{\text{س}^2}{\sqrt[4]{\text{س}^3 + 7}} \\ \text{دس} \frac{\text{س}^2}{\sqrt[4]{\text{س}^3 + 7}} \end{array} \right\} (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دس} \frac{\text{اقتران}}{\text{اقتران (قوة)}} \end{array} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دس} \frac{5 - \text{س} \cdot 10}{\sqrt[3]{(\text{س} - 9 + \text{س}^2)}} \end{array} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دس} \frac{6 - \text{س}^4}{\sqrt[3]{1 + \text{س}^3 - \text{س}^2}} \end{array} \right\} (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دس} \frac{1 + \text{س}}{\sqrt[3]{5 + \text{س}^2 + \text{س}^2}} \end{array} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دس} \frac{1}{\sqrt[3]{1 + \text{س}^5}} \end{array} \right\} (5)$$



$$(3) \left[ (اقتران) \times (اقتران دائري) \text{ دس} \right]$$

$$(1) \left[ (1 + س^2) \text{ جا} (س^2 + س + 9) \text{ دس} \right]$$

$$(2) \left[ س^3 \text{ جتا} (س^3 + 8) \text{ دس} \right]$$

$$(3) \left[ (6 + س^4) \text{ قا} (س^2 + س^3 + 8) \text{ دس} \right]$$

$$(4) \left[ (س^4) \text{ جا} (س^2 - 3) \text{ دس} \right]$$

إملاك مستقبلك

$$(5) \left[ (س + 1) \text{ قا} (س^2 + س^2 + 1) \text{ دس} \right]$$

$$(6) \left[ (س^4 + 6) \text{ جتا} (س^2 + س^3) \text{ دس} \right]$$

$$(7) \left[ \frac{1 + س^2}{(س^2 + س + 9) \text{ جتا}^2} \text{ دس} \right]$$

الفلم  
إملاك مستقبلك

(٣) إذا كان ق (٨) = ٥ ، ق (١ -) = -٦ ، فجد  

$$\int_{-1}^2 3s^2 \text{ ق } (s^3) \text{ دس}$$

(٤)  $\int (اقتران) \times (ق (س قوة)) \text{ أو } (ق (س قوة)) \text{ دس}$

(١) إذا كان ق (٤) = ١٢ ، ق (١) = -٨ ، فجد

$$\int_{-1}^2 2s \text{ ق } (s^2) \text{ دس}$$

(٤) إذا علمت أن  $\int_{-1}^2 5s \text{ ق } (س) \text{ دس} = 3$  ، فجد قيمة التكامل  
الآتي  $\int_{-1}^2 8s \text{ ق } (س^2 + ١) \text{ دس}$

(٢) إذا كان ق (٩) = ١٩ ، ق (١٣) = ٢ ، فجد

$$\int (٤س + ٦) \text{ ق } (س^2 + ٣س + ٩) \text{ دس}$$

(٥) إذا كان ق (٢) = ١٢ ، ق (١) = ٤ ، فجد

$$\int_{-1}^1 س \text{ ق } (س^2 + ١) \text{ دس}$$

٢(د)

٤(ج)

٦(ب)

٨(أ)

جد قاعدة الاقتران ق ، إذا كان ميل المماس للمنحنى  
 $v = c (s)$  عند النقطة (س ، ص ) يعطى بالقاعدة  
 $c'(s) = \sqrt{s^2 + 9}$  ، وكان منحنى الاقتران ق يمر  
 بالنقطة ( -٤ ، ١ )

جد قاعدة الاقتران ق ، إذا كان ميل المماس للمنحنى  
 $v = c (s)$  عند النقطة (س ، ص ) يعطى بالقاعدة  
 $c'(s) = \frac{s^2}{\sqrt{s^2 + 8}}$  ، وكان منحنى الاقتران  
 ق يمر بالنقطة ( ٠ ، ٤ )

الفلم  
 إمتلاك مستقبلك

## المساحة

ملاحظة : (١) المساحة دائما موجبة

$$\text{المساحة} = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

(٢) المساحة  $\neq$  صفرا

مفتاح السؤال

صيغة السؤال

(١) اقتران واحد و فترة

أشكال الفترة

[أ، ب] ، (س<sub>١</sub> = أ ، س<sub>٢</sub> = ب)

أ: الحد السفلي

ب: الحد العلوي

(٢) اقتران واحد ومحور السينات بدون فترة

(٣) المساحة من الرسم

(١) اقتران واحد و فترة

أشكال الفترة

[أ، ب] ، (س<sub>١</sub> = أ ، س<sub>٢</sub> = ب)

أ: الحد السفلي

ب: الحد العلوي

خطوات الحل

إمتهلك مستقبلك

(١) نرسم خط الاعداد ونضع عليه الفترة

(٢) نسوي الاقتران بالصفر لنجد قيم س

(٣) قيمة س لها حالتين

تقع بالفترة

لا تقع بالفترة

(٤) تكامل عادي

(٥) نعوض الحدود ( العلوي - السفلي )

(١) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = ٢ - س

ومحور السينات على الفترة [ -١ ، ٣ ]

(٤) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) =  $2s^2$   
ومحور السينات على الفترة [ ١ ، ٢ ]

(٢) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) =  $2s - 4$   
ومحور السينات على الفترة  $s_1 = 1 -$  ،  $s_2 = 3$

الفلم  
إملاك مستقبلك

(٥) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) =  $7$  ومحور  
السينات على الفترة [ ١ ، ٣ ]

(٣) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) =  $2s - 2$   
ومحور السينات على الفترة  $s_1 = 1 -$  ،  $s_2 = 3$

الفلم  
إملاك مستقبلك

(٦) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) =  $s^2 + 4$   
ومحور السينات على الفترة  $s_1 = 0$  ،  $s_2 = 3$

(٧) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) =  $s^3$   
ومحور السينات على الفترة  $s_1 = -2$  ،  $s_2 = 1$

(٢) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = ٩ - س<sup>٢</sup>  
ومحور السينات

الفلم  
إملاك مستقبلك

(٢) اقتران واحد ومحور السينات بدون فترة

خطوات الحل

(١) نساوي الاقتران بالصفر و نجد قيم س و تكون هي  
حدود التكامل

(٢) نكامل عادي

(٣) نعوض الحدود ( العلوي - السفلي )

(١) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = ٢٥ - س<sup>٢</sup>  
ومحور السينات

(٣) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = ٥ - س<sup>٢</sup>  
ومحور السينات

(٦) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) و محور السينات ق (س) =  $٦س + ٧س^٢$

(٤) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) =  $٦س - ٣س^٢$  ومحور السينات

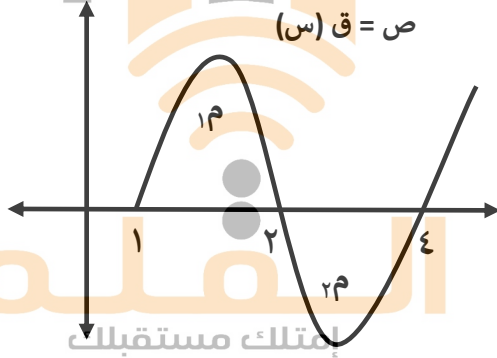
الفلم  
إملاك مستقبلك

(٧) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) و محور السينات ق (س) =  $٥س - ٢س^٢$

(٥) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) =  $٢س - ٢س^٢$  ومحور السينات



بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران  
ق (س) ، إذا كان  $m = 7$  ،  $m = 4$  ، فجد كل من



(١) المساحة الكلية بين ق (س) ومحور السينات في الفترة

$$[ 4 , 1 ]$$

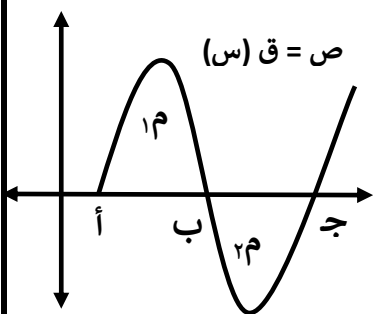
$$\int_1^2 \text{ق (س) دس} = 2$$

$$\int_2^4 \text{ق (س) دس} = 3$$

$$\int_1^4 \text{ق (س) دس} = 4$$

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران

ق (س) ، إذا كان  $m = 6$  ،  $m = 10$  ، فجد



$$\int_أ^ب \text{ق (س) دس} = 13$$

(٣) المساحة من الرسم

### خطوات الحل

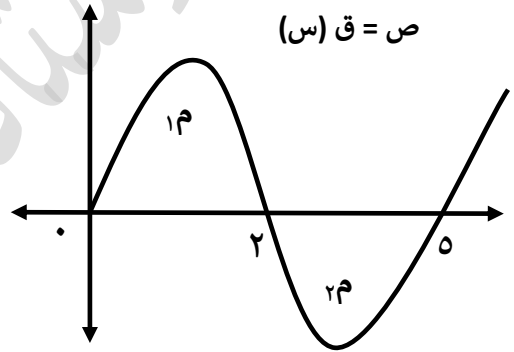
نحدد مكان المساحة على الرسمة

(أ) (فوق محور السينات موجبة)

(ب) (تحت محور السينات سالبة)

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران

ق (س) ، إذا كان  $m = 7$  ،  $m = 9$  ، فجد كل من



(١) المساحة الكلية بين ق (س) ومحور السينات في الفترة

$$[ 5 , 0 ]$$

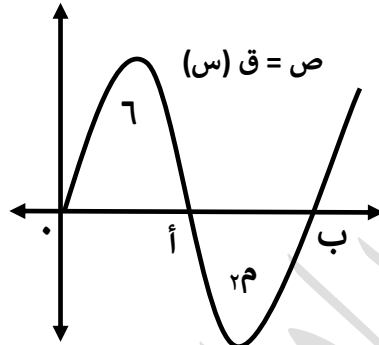
$$\int_0^2 \text{ق (س) دس} = 2$$

$$\int_2^5 \text{ق (س) دس} = 3$$

$$\int_0^5 \text{ق (س) دس} = 5$$

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران

ق (س) ، حيث أن ،  $\int_0^b$  ق (س) دس = - ٤



(١)  $\int_0^b$  ق (س) دس

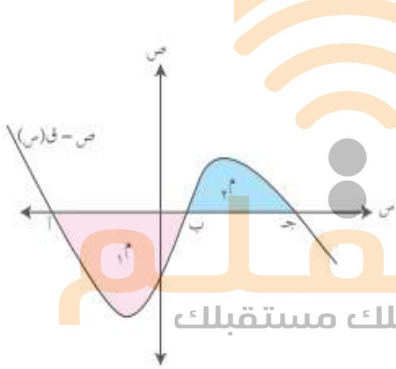
(٢)  $\int_0^a$  ق (س) دس

(٣)  $\int_0^a$  ق (س) دس

(٤) مساحة المنطقة المغلقة بين منحنى الاقتران ق (س)

ومحور السينات في الفترة [ ٠ ، ب ]

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران  
ق (س) ، إذا كان  $\int_0^b$  ق (س) دس = ٨ وحدات ،  $\int_0^a$  ق (س) دس = ٥ وحدات ، فجد



(١)  $\int_0^b$  ق (س) دس

(٢)  $\int_0^a$  ق (س) دس

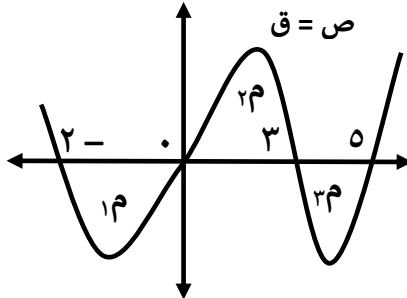
(٣)  $\int_0^a$  ق (س) دس

(٤) مساحة المنطقة المغلقة بين منحنى الاقتران ق (س)

ومحور السينات في الفترة [ ٠ ، ب ]

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران

ق (س) ، إذا كان  $\int_0^b$  ق (س) دس = ٣ ،  $\int_0^a$  ق (س) دس = ٥ ، فجد

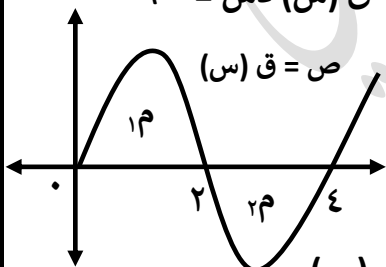


(١)  $\int_0^b$  ق (س) دس

يمثل الشكل المجاور المنطقة المغلقة المحصورة بين

منحنى الاقتران ق (س) ومحور السينات ، فإذا علمت أن

$\int_0^b$  ق (س) دس = ٥ ،  $\int_0^a$  ق (س) دس = - ٦



فجد مساحة المنطقة

المغلقة بين منحنى الاقتران ق (س)

ومحور السينات في الفترة [ ٠ ، ب ]

## اختبر نفسك

(١) إذا كان  $\int (س) دس = ٥س^٢ - ٣س + ٤$  ، فإن  $\int (٢) تساوي$ :

- (أ) ١٧ (ب) ١٨ (ج) ٢١ (د) ٢٢

(٢)  $\int ل' دس$  يساوي:

- (أ)  $\frac{٢}{٣} ل + ج$  (ب)  $\frac{٢}{٣} ل + س + ج$  (ج)  $ل + س + ج$  (د)  $٢ل + ج$

(٣)  $\int ٦ جتا ٣س دس$  يساوي:

- (أ)  $٦ جتا ٣س + ج$  (ب)  $- ٦ جتا ٣س + ج$  (ج)  $٢ جتا ٣س + ج$  (د)  $- ٢ جتا ٣س + ج$

(٤) إذا كان  $\int ٢ ق(س) دس = ٦$  ،  $\int ق(س) دس = ٢$  ، فما قيمة  $\int ق(س) دس$  ؟

- (أ) -٤ (ب) ٤ (ج) ١- (د) ١

(٥) إذا كان  $\int س^٣ دس = \frac{١٠}{٢}$  ، فما قيمة  $\frac{نص}{س}$  ؟

- (أ) ٣٢ (ب) ١٠ (ج) ٨ (د) صفر

(٦)  $\int \frac{س^٣ + ٨}{س + ٢} دس$  يساوي:

- (أ) ١٢ (ب) ١٩ (ج) ٢٧ (د) ٣٠

(٧) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران  $ص = ق(س)$  عند النقطة  $(س ، ص)$  يساوي  $(٤س + ١)$  وكان منحنى

الاقتران  $ق$  يمر بالنقطة  $(٠ ، ٤)$  ، فإن قيمة  $ق(-١)$  تساوي:

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٧

(٨) تتحرك نقطة مادية على خط مستقيم بحيث أن تسارعها بعد مرور  $ن$  ثانية من بدء الحركة يعطى بالعلاقة

$ت(ن) = (٥ - ٦ن) م/ث^٢$  ، إذا علمت أن سرعتها الابتدائية  $ع(٠) = ٤ م/ث$  ، وموقعها الابتدائي

$ف(٠) = ٣ م$  ، أجب على الفقرتين (أ) ، (ب)

(أ) ما سرعة النقطة المادية بعد مرور ثانيين من انطلاقها؟

- (أ) ٢ م/ث (ب) ٦ م/ث (ج) ١٤ م/ث (د) ١٨ م/ث

(ب) ما موقع النقطة المادية بعد مرور ٤ ثوانٍ من بدء الحركة؟

- (أ) ٤٣ م (ب) ٤٠ م (ج) ٢٤ م (د) ١٩ م

## امتلك مستقبلك

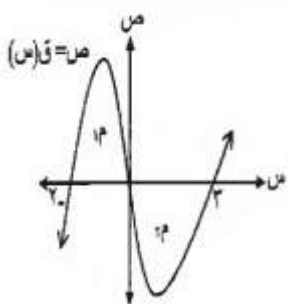
(٩) يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد مرور  $ن$  ثانية من بدء الحركة تعطى بالعلاقة:

$ع(ن) = (٦جا٣ن - ١) م/ث$  ، فما القاعدة التي تمثل موقع الجسم بعد مرور  $ن$  ثانية من بدء الحركة؟

- (أ)  $ف(ن) = ٦جا٣ن - ١ + ج$  (ب)  $ف(ن) = -٦جا٣ن - ١ + ج$  (ج)  $ف(ن) = ٦جا٣ن - ١ + ج$  (د)  $ف(ن) = -٦جا٣ن - ١ + ج$

(١٠) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران  $ص = ق(س)$  ، إذا علمت أن مساحة المنطقة  $م$  تساوي

(٣) وحدات مربعة، مساحة المنطقة  $م$  تساوي (٤) وحدات مربعة ، فأجب عن الفقرتين ١ ، ٢ الآتيتين:



(١) قيمة  $\int ق(س) دس$  تساوي:

- (أ) ٧ (ب) ١ (ج) ١- (د) ٧-

(٢) قيمة  $\int ق(س) دس$  تساوي:

- (أ) ٧ (ب) ١ (ج) ٨ (د) ٩

(١١)  $\int (١ - س) دس$  يساوي:

- (أ)  $(١ - س) + ج$  (ب)  $٥ - (١ - س) + ج$  (ج)  $١ - \frac{(١ - س)}{٢} + ج$  (د)  $\frac{(١ - س)}{٢} + ج$

(١٢) قيمة  $\int ٣ دس$  تساوي:

- (أ) ٦ (ب) ٦- (ج) ٣- (د) صفر

