

التكامل غير المحدود

قواعد التكامل غير المحدود

(١) تكامل الثابت (العدد)

$$\int a \, dx = ax + c$$

مثال : جد التكاملات الآتية

إمتهلك مستقبلك

$$(1) \int 5 \, dx$$

$$(2) \int 8 \, dx$$

$$(3) \int a \, dx$$

$$(4) \int -9 \, dx$$

$$(5) \int -19 \, dx$$

$$(6) \int \frac{1}{2} \, dx$$

$$(7) \int \frac{9}{5} \, dx$$

$$(8) \int \frac{1-}{2} \, dx$$

$$(9) \int \frac{-dx}{2}$$

$$(10) \int \frac{dx}{2}$$

$$(11) \int \sqrt{5} \, dx$$

$$(12) \int \pi \, dx$$

التكامل : إذا كان ق (س) = s^2 + س فإن ق (س) = $s^2 + 1$ + س
وهنا نقول إن التكامل عملية عكسية للتفاضل (للاقتران
المتصلة) أي أن تكامل $s^2 + 1$ تعني إيجاد الاقتران ق (س)
الذي مشتقته $s^2 + 1$

أنواع التكامل

التكامل المحدود	التكامل الغير محدود
على الفترة [أ ، ب]	ق (س) دس
ب ق (س) دس أ	بعد إجراء التكامل للمقدار
أ : الحد السفلي للتكامل المحدود	(١) نلغي التكامل و دس
ب : الحد العلوي للتكامل المحدود	(٢) نضع في النهاية + ج
بعد إجراء التكامل	حيث
(١) نضع حدود التكامل في نهاية التكامل	← رمز التكامل
(٢) نعوض الحد العلوي مكان كل س في الاقتران	المقدار ← قيمة ق (س)
(٣) نعوض الحد السفلي مكان كل س في الاقتران	دس ← دلالة التكامل
(٤) نطرح	د الحرف
(العلوي) - (السفلي)	ج ← ثابت التكامل
ق (ب) - ق (أ)	
نتائج التكامل المحدود دائما رقم	

٢) تكامل س لها قوة

$$\int \text{أس}^n \text{ دس} = \frac{\text{أس}^{n+1}}{n+1} + \text{ج} , \text{ حيث } n \neq -1, n \in \mathbb{Z}$$

n (موجبة) بتكبر (n + 1) (بتزيد)
n (سالبة) بتصغر (-n + 1) (بتنقص)

$$n \text{ (كسر) } \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{أ} + \text{ب}} - \frac{\text{ب}}{\text{ب}}$$

مثال : جد التكاملات الاتية

$$(1) \int \text{س}^0 \text{ دس}$$

$$(2) \int \text{س}^1 \text{ دس}$$

$$(3) \int \text{س}^6 \text{ دس}$$

$$(4) \int \text{س}^{-2} \text{ دس}$$

$$(5) \int \text{س}^{-7} \text{ دس}$$

$$(6) \int \text{س}^{-7} \text{ دس}$$

$$(7) \int \text{س}^3 \text{ دس}$$

$$(8) \int \text{س}^2 \text{ دس}^{-3}$$

$$(9) \int \text{س}^4 \text{ دس}^2$$

$$(10) \int \frac{\text{س}^2}{2} \text{ دس}$$

$$(11) \int \frac{\text{س}}{3} \text{ دس} \text{ إمتلاك مستقبلك}$$

$$(12) \int \frac{1}{5} \text{س}^3 \text{ دس}$$

$$(13) \int \frac{1-}{6} \text{س}^{-4} \text{ دس}$$

$$(14) \int \frac{2}{\text{س}^0} \text{ دس}$$

$$(15) \int \frac{7}{\text{س}^4} \text{س}^3 \text{ دس}$$

$$(16) \int \frac{9-}{\text{س}^1} \text{ دس}$$

$$(17) \int \frac{7-}{\text{س}^9} \text{س}^6 \text{ دس}$$

$$(٧) \int (٢ - ٥س - ٣س^٣ - ١٩س^٤) دس$$

مثال : جد التكاملات الاتية

$$(١) \int (٣س - ٥س^٢ + ٩) دس$$

$$(٨) \int (س^٥ - ٣س^٧ + ٩س^٤) دس$$

$$(٢) \int (س^٢ + ٦س + ٨) دس$$

$$(٣) \int (٤س^٣ + ٦س^٢ + ٨س - ١) دس$$

$$(٩) \int (٤س^٣ - ٣س^٨ + ٧س^٦) دس$$

$$(٤) \int (٤س + ١٢س^٣ + ٨س^٩ - ٦) دس$$

$$(١٠) \int (س^٤ - ٢س^٥ + ٣س^٢ + ٩) دس$$

$$(٤) \int (٣س^٥ + ٧س^٣ + ٦س^٢) دس$$

$$(٥) \int (س^٧ - ٢س^٥ + ٨س + ١٢) دس$$

$$(٦) \int (س^٤ - ٢س^٥ - ٣س^٥ + ٩ + \frac{١}{٤}س^٣) دس$$

٣) تكامل الاقترانات المثلثية

$$(٧) \left[(٢جتاس + \frac{قأس}{٣} - \frac{س}{٦}) دس \right]$$

$$(٨) \left[جا (٧س + ٣) دس \right]$$

$$(٩) \left[جتا (٣س + ٥) دس \right]$$

$$(١٠) \left[قأ (٤س + ٩) دس \right]$$

$$(١١) \left[جا (٨س - ٩) دس \right]$$

$$(١٢) \left[جتا (٢س - ٧) دس \right]$$

$$(١٣) \left[قأ (٢س - ٩) دس \right]$$

$$(١٤) \left[جا \left(س + \frac{١}{٤} \right) دس \right]$$

$$(١٥) \left[جتا \left(٧ - \frac{س}{٥} \right) دس \right]$$

$$(١٦) \left[قأ \left(س + \frac{٢}{٣} \right) دس \right]$$

$$(١٧) \left[(-٣جا٢س + قأ٤س + جتا(٢س - ٥)) دس \right]$$

$$(١٨) \left[(جتا٣س + قأ٨س + جا٧س - س٥) دس \right]$$

$$(١٩) \left[(٤جتا٧س + ٦قأس + ٢جا٧س - س٥) دس \right]$$

$$\left[\begin{aligned} جاس دس = -جتاس + ج \\ جتاس دس = جاس + ج \\ قأس دس = ظاس + ج \end{aligned} \right]$$

$$\left[\begin{aligned} جا (أس + ب) دس = \frac{-جتا (أس + ب)}{أ} + ج \end{aligned} \right]$$

$$\left[\begin{aligned} جتا (أس + ب) دس = \frac{جا (أس + ب)}{أ} + ج \end{aligned} \right]$$

$$\left[\begin{aligned} قأ (أس + ب) دس = \frac{ظا (أس + ب)}{أ} + ج \end{aligned} \right]$$

مثال : جد التكاملات الآتية

$$(١) \left[(جاس + قأس) دس \right]$$

$$(٢) \left[(٢جتاس - جاس) دس \right]$$

$$(٣) \left[(٤قأس + ٤جاس) دس \right]$$

$$(٤) \left[(-٣جاس + \sqrt{٧}جتاس + س٤) دس \right]$$

$$(٥) \left[(-٣جاس + قأس + جتاس - س٥) دس \right]$$

$$(٦) \left[(٤س٣ - \frac{١}{٤}جتاس + ٤قأس - س٥) دس \right]$$

$$(٧) \left[(٤س^{-٣} - \frac{١}{٢}جاس + ٣قا^٢س - ٣س^٢) دس \right]$$

(٤) تكامل القوس له قوة وما داخله خطي

$$\left[(أس + ب)^ن دس = \frac{(أس + ب)^{ن+١}}{(ن+١)أ} + ج \right]$$

مثال : جد التكاملات الآتية

$$(١) \left[(٧س + ٩)^٨ دس \right]$$

$$(٨) \left[(٣جا^٢س - ٥س^٤ + ٣جتا^٣ - ٣س) دس \right]$$

$$(٢) \left[(٨س + ٢س^٢) دس \right]$$

$$(٣) \left[(٩س + ٤س^٧) دس \right]$$

$$(٩) \left[(٣قا^٢(٦س + ٦) - ٥س^٢ + \frac{١}{٢}جاس - ٣(٢س - ٣)جا) دس \right]$$

$$(٤) \left[(٣س^٣ - ٤س) دس \right]$$

$$(٥) \left[(س^٣ - ٤س + ٢جاس - (٤س - ٢)^٣) دس \right]$$

$$(٦) \left[(١٠س^٢ - ٤قا^٢س + جاس - ٦) دس \right]$$

الفلم
إملاك مستقبلك

$$\text{إذا كانت ص} = \left[\text{س}^3 + 2 \text{ دس} \right] \text{ فجد } \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \text{ عند ما س} = 2$$

- ٥ (أ) ١٠ - (ب) ٨ (ج) ١٠ (د)

$$\text{مشتقة التكامل (مفتاح السؤال) } \frac{\text{دص}}{\text{دس}}, \text{ ق (س)}$$

اشتقاق التكامل المحدود

اشتقاق التكامل الغير محدود

$$\left(\quad \right) = \left(\quad \right)$$

$$\left(\quad \right) = \left(\quad \right)$$

مشتقة التكامل المحدود
دائما صفرالطرف الذي معه اشارة
التكامل و دس ... فإن
المشتقة تلغي التكامل و دسالطرف الذي ليس معه
تكامل و دس نشتقه عادي

$$\text{إذا كانت ص} = \left[\frac{1}{\text{س} + 5} \text{ دس} \right] \text{ فجد } \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \text{ عند ما س} = 3$$

- ١ - (أ) ١ - (ب) ١ - (ج) ١ - (د)

$$\text{إذا كانت ص} = \left[\frac{\text{س}^2}{\text{س}^3 + 5} \text{ دس} \right] \text{ فجد } \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \text{ عند ما س} = 2$$

$$\text{إذا كانت ق (س)} = (5 - 7\text{س}^3) \text{ دس} \text{ فجد ق (1)}$$

- ٢ (أ) ١٠ - (ب) ٨ (ج) ٢ - (د)

$$\text{إذا كانت } \left[\text{ق (س) دس} = 8\text{س}^3 - 4\text{س}^2 + 2 \right] \text{ فجد ق (1)}$$

- ٤٠ (أ) ٤٠ - (ب) ١٦ (ج) ٤ - (د)

$$\text{إذا كانت ق (س)} = \left[\sqrt{7\text{س}} - 7\text{س} \right] \text{ دس} \text{ فجد ق (س)}$$

$$\text{إذا كانت } \left[\text{ق (س) دس} = 4\text{س}^3 - 2\text{س} + 1 \right] \text{ فجد ق (س)}$$

$$\text{إذا كانت } \left[\text{ق (س) دس} = \text{س}^4 - 2\text{س}^3 + 2\text{س} \right] \text{ فجد ق (1)}$$

$$\text{إذا كانت ص} = \left[(7\text{س} - 1) \text{ دس} \right] \text{ فجد } \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \text{ عند ما س} = 4$$

- ٢ (أ) صفر ٧ - (ب) ٥ (ج) ٢ - (د)

- ٢٧ (أ) ٧ - (ب) ٧ (ج) ٢٧ - (د)

<p>إذا كانت $ق (س) = ٣س^٢ + ٢س + ١$ ، فجد $ق (-١)$</p> <p>أ) ٧ ب) -١٦ ج) ١٦ د) -٧</p>	<p>إذا كانت $ق (س) = (٣س^٠ + ٣س^١ + ١) دس$ ، فجد $ق (١)$</p> <p>أ) ٣ ب) -٦ ج) ٥ د) -٥</p>
<p>إذا كانت $ق (س) = ٣ - ٢س^٢$ ، فجد $ق (٠)$</p> <p>أ) صفر ب) -٨ ج) ٤ د) -٤</p>	<p>إذا كانت $ق (س) = \sqrt[٧]{٢س}$ دس ، فجد $ق (٢)$</p> <p>أ) ٣ ب) -٢ ج) ٢ د) -٥</p>
<p>إذا كانت $ق (س) = (٥س^٣ + ٢) دس$ ، فجد $ق (١)$</p> <p>أ) ١٥ ب) -١٥ ج) ٧ د) -٧</p>	<p>إذا كانت $ق (س) = (٦س^٢ + ٤س) دس$ ، فجد $ق (س)$</p> <p>أ) ٣ ب) -٢ ج) ٢ د) -٥</p>
<p>إذا كانت $ق (س) = (٧ - ٢س) دس$ ، فجد $ق (٠)$</p> <p>أ) ١٥ ب) -١٥ ج) ٧ د) -٧</p>	<p>إذا كانت $ق (س) = ٣س^٢ - ٢س + ج$ ، فجد $ق (٤)$</p> <p>أ) ٢٤ ب) -٢٤ ج) ٢٢ د) -٢٢</p>
<p>إذا كانت $ق (س) = ٧ - ٣س$ ، فجد $ق (-١)$</p> <p>أ) ٣ ب) -٦ ج) ٥ د) -٣</p>	<p>إذا كانت $ق (س) = (٣ + س) دس = ٢س + أس + ١$ ، وكان $ق (١) = ٤$ فجد قيمة الثابت أ</p> <p>أ) ٤ ب) ٥ ج) ٦ د) ٢</p>
<p>إذا كان $ق (س) = ١ + ٢س + ٣س^٢$ ، فجد $ق (٢)$</p> <p>أ) ٢</p>	<p>إذا كانت $ق (س) = ١ + ٢س$ ، فجد $ق (١)$</p> <p>أ) ٨ ب) -١٠ ج) ٢ د) -٢</p>
<p>إذا كان $ق (س) = ١ + ٢س + ٣س^٢$ ، فجد $ق (٢)$</p> <p>أ) ٢</p>	<p>أ) ٨ ب) -١٠ ج) ٢ د) -٢</p>

$$\int \sqrt[3]{s} \, ds$$

حالات لا تكامل مباشرة (محرمات التكامل)

(١) (محرمات) تكامل الجذر تحته s $\sqrt[3]{s}$ الداخـل s الخارج

أ) يحول الجذر إلى قوة كسرية $s^{\frac{1}{3}}$ الداخـل $s^{\frac{2}{3}}$ الخارج

ب) يكامل كقوة كسرية

ج) يرجع جذر

$$\int \sqrt[3]{2s} \, ds$$

$$\int \sqrt[3]{s-2} \, ds \quad \text{إمـتلك مستقبـلك}$$

$$\int \sqrt[3]{2s} + \sqrt[3]{s-2} \, ds$$

مثال : جد التكاملات الآتية

$$\int \sqrt[3]{s} \, ds$$

$$\int \sqrt[3]{s} \, ds$$

$$\int \left(\sqrt[3]{s} + \sqrt[3]{s-2} + \sqrt[3]{s} \right) \, ds$$

$$\int \sqrt[3]{s} \, ds$$

$$\int \left(\sqrt[3]{s} + \sqrt[3]{s} + \sqrt[3]{s-2} + \sqrt[3]{s} \right) \, ds$$

$$\int \sqrt[3]{s} \, ds$$

$$\int \sqrt[3]{s} \, ds$$

$$\left[\text{دس } \sqrt{s} \times s^2 \right]$$

(٢) (محرمات) تكامل الضرب [سينات \times سينات دس

أ) نجري عملية الضرب

ب) نجع الحدود اذا امكن

ج) نكامل عادي

$$(أ \pm ب)^2 = أ^2 \pm ٢أب + ب^2$$

مثال : جد التكاملات الاتية

$$\left[\text{دس } (٥ - س) \right]$$

$$\left[\text{دس } ٢س (س + ٢) \right]$$

$$\left[\text{دس } ٢(١ - س) \right]$$

$$\left[\text{دس } س^2 (٢س^2 + ٥س) \right]$$

$$\left[\text{دس } ٢(٢ + س^٣) \right]$$

$$\left[\text{دس } س^{\frac{1}{3}} (س + ٣) \right]$$

$$\left[\text{دس } ٢(٣ + س^٢) \right]$$

$$\left[\text{دس } \sqrt{s} (\sqrt{٧س} + ٣س^{\circ}) \right]$$

المعلم
إملاك مستقبلك

$$\left[(س^٢ + ٣) دس \right]$$

$$\left[(س^٢ - ٣) (س^٢ + ٢) دس \right]$$

$$\left[(س + ٣) (س^٢ + ٥) دس \right]$$

$$\left[٣س (٦ - ٥س) دس \right]$$

$$\left[(س + ٢) (٥س + ١) دس \right]$$

$$\left[(س + ١) (٥س - ٢) دس \right]$$

$$\left[(س^٢ - ١) (س - ١) دس \right]$$

الفلم
إملاك مستقبلك

$$\left[\text{دس } \frac{4}{7s^2} \right]$$

(٣) (محرمات) تكامل القسمة لها ثلاث أشكال
 (أ) $\left[\text{دس } \frac{أ}{ب س} \right]$ ← ترفع س للأعلى وتستبدل إشارة القوة
 ← تكامل عادي

$$\left[\text{دس } \frac{3}{8s^2-2} \right]$$

(ب) $\left[\text{دس } \frac{\text{معادلة}}{ب س} \right]$ ← نوزع المقام
 ← ترفع س للأعلى وتستبدل إشارة القوة
 ← تكامل عادي

(ج) $\left[\text{دس } \frac{\text{معادلة}}{أس + ب} \right]$ ← نحلل
 ← نختصر
 ← تكامل عادي

$$\left[\text{دس } \left(\frac{7}{5s^3} - 3 \right) \right]$$

(د) $\left[\text{دس } \frac{أ}{(أس + ب) \text{ القوة}} \right]$ ← يرفع القوس للأعلى وتستبدل
 ← إشارة القوة
 ← تكامل عادي

$$\left[\text{دس } \left(\frac{5}{7s} - \frac{2}{3s^5} \right) \right]$$

مثال : جد التكاملات الآتية

$$\left[\text{دس } \frac{3}{2s^4} \right]$$

$$\left[\text{دس } \left(3 + \frac{2}{5s} \right) \right]$$

$$\left[\text{دس } \left(5 + \frac{7}{4s} - 3s^2 \right) \right]$$

$$\left[\text{دس } \left(2 - \frac{4}{3s} \right) \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{2}{3s} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{5}{\sqrt{s}} \right]$$

$$\left[\text{دس } \left(s^2 + 3 - \frac{2}{s^4} \right)^2 \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{2}{\sqrt[3]{s}} \right]$$

$$\left[\text{دس } \left(s^2 + 3 - \frac{2}{s^4} \right)^2 \right]$$

$$\left[\text{دس } \left(3 + \frac{1}{\sqrt{s}} \right) \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^3 + s^0}{s} \right]$$

$$\left[\text{دس } \left(\frac{3}{\sqrt{s}} + \sqrt[3]{s} \right) \sqrt{s} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^0 + s^3 + s^2 + s}{s} \right]$$

$$\left[\text{دس } \left(s^3 + \frac{2}{5} - \frac{3}{s^5} \right)^2 \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^2 + s^3 + s^4}{s^3} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^2 + s^4}{s^2} \right]$$

$$\left[\text{دس } \left(s^2 - \frac{2}{s^5} + s^3 \right)^3 \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{3s^2 + 6s^3 + 8s^2 - 3}{s^2} \right]$$

$$\left[\text{دس } \left(s^3 - \frac{2}{s^7} + \frac{2}{s^3} \right)^3 \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{3 + 7s^2}{s^2} \right]$$

$$\left[\text{دس } \sqrt{s} \left(\sqrt{s} + \frac{5}{s} \right) \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^0 + 7}{s} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^2 - 25}{s + 5} \right]$$

$$\left[\text{دس } \left(s^2 - \frac{2}{s^4} + s^3 \right)^2 \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^2 - 2}{s - 1} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^3 + 8}{s + 2} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^4 - 16}{s - 2} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^3 - 125}{s - 5} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^2 - 4}{s - 2} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^2 + 2s + 2}{s + 1} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^2 - 6s + 7}{s - 3} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^3 - 27}{s - 3} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^2 - 2s + 2}{s - 2} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^2 - 4s + 3}{s - 3} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^3 - 4s}{s - 2} \right]$$

$$\left[\text{دس } \frac{s^2 + 4s + 4}{s + 2}, \text{ دس } s - 2 \right]$$

2 جتا^٥ قاس دس

جاس دس
ظاس

ظاس جتا^٥ دس

ظتا^٥ جاس دس

س^٢ - ٥ جتا^٥ دس
س^٢ جتا^٥

(٤) (محرمات) تكامل الاقترانات المثلثية

(أ) $\frac{1}{\text{جتاس}}$ دس ← ترفع جتا^٥ للأعلى وتستبدل بـ قاس

(ب) $\frac{1}{\text{جتاس}^2}$ دس ← ترفع جتا^٥ للأعلى وتستبدل بـ قاس

(ج) $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$ دس ← تستبدل بـ جاس

(د) $\frac{1}{\text{قا}^2 - \text{س}^2}$ دس ← ترفع للأعلى وتستبدل بـ قاس

(هـ) $\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$ دس ← تستبدل بـ جاس

مثال : جد التكاملات الآتية

$\frac{7}{\text{جتاس}}$ دس

$\frac{3}{\text{قا}^2 - \text{س}^2}$ دس

جتاس ظاس دس

٥ جتا^٥ قاس دس

$$\left[\frac{s^3 - 2s^2}{s^3} \text{ دس} \right]$$

مثال : جد التكاملات الآتية

$$\left[s \times \sqrt[3]{s^5} \text{ دس} \right]$$

المعلم
إملاك مستقبلك

$$\left[(s^7 - 2)(s^3 - 3) \text{ دس} \right]$$

$$\left[\frac{s^6 - 5}{s^3} \text{ دس} \right]$$

$$\left[-s^3 - (s^2 - 6s + 1)^4 \text{ دس} \right]$$

$$\left[\frac{s^2 - 4s - 6}{\sqrt[5]{s^2}} \text{ دس} \right]$$

$$\left[\frac{s^3 - 5s^2}{s^3} \text{ دس} \right]$$

$$\left[\text{دس} \left(\frac{2}{\text{جتاس}} \times \frac{5}{\text{جتاس}} - \text{س}^3 \text{جتاس قاس} \right) \right]$$

$$\left[\text{دس} \frac{\text{س}^2 + 5}{2} \right]$$

$$\left[\text{دس} \left(\frac{1}{\text{جتا}^2 \text{س}^6} + 3 \text{ظاس جتاس} \right) \right]$$

$$\left[\text{دس} \left(\frac{3}{\text{س}^4} + \frac{7}{\text{جتا}^2 \text{س}} - 3 \text{جا} (2 - \text{س}) \right) \right]$$

$$\left[\text{دس} \frac{2 \text{س}^2 \times 5 \sqrt[3]{\text{س}^0}}{\text{دس}} \right]$$

$$\left[\text{دس} (3 \text{س}^2 + 5 \text{جا} 5 \text{س}) \right]$$

$$\left[\text{دس} \text{جتاس}^3 \text{ظاس} + \text{س}^2 (1 + \text{س}) \right]$$

$$\left[\text{دس} \frac{\text{جتا}^2 \text{س}^3 - 3}{\text{جتا}^2 \text{س}} \right]$$

$$\left[\text{دس} \left(\frac{4}{(1 + \text{س}^3)^0} + \text{س}^3 \right) \right]$$

$$\left[\text{دس} (2 \text{س}^4 + 6 \text{س}^{\frac{3-}{0}} + \frac{2}{\text{س}} + \text{قاس}) \right]$$

$$\left[(س^2 + جتاس + س^{-2} + قاس) دس \right]$$

$$\left[(س + ٢) (س - ١) دس \right]$$

$$\left[(٥ جاس + ٦ جتاس + س^{\frac{2}{5}}) دس \right]$$

$$\left[(جاس - ٧ قاس - س + س^{-3}) دس \right]$$

الفلم
إملاك مستقبلك

$$\left[دس \left(\frac{3}{\sqrt[3]{س}} + \frac{4}{5} - ٤ قاس^2 (س - ٢) \right) \right]$$

$$\left[دس \frac{س^2 + ٥س + ٦}{س + ٢} ، س \neq ٢ \right]$$

$$\left[دس \frac{٥}{٤ - (س + ٣)^2} \right]$$

$$\left[دس \frac{قاس}{جتاس} \right]$$

$$\left[دس \left(٦ + \frac{٩}{س^2 - ٤\sqrt[3]{س}} \right) \right]$$

$$\left[دس \left(\frac{١١\sqrt[3]{س}}{س} - جتاس ظاس \right) \right]$$

$$\left[دس \sqrt[5]{٨ + ٧س} \right]$$

$$\left[دس \frac{س + ٢}{س + ١} ، س \neq -١ \right]$$

$$\left[\text{دس} \left(\frac{3}{3-(5-2s)} + 2s^3 + \text{جتا} (3-2s) \right) \right]$$

$$\left[\text{دس} (3-2s)^6 \right]$$

$$\left[\text{دس} \sqrt[5]{(3-5s)^3} \right]$$

$$\left[\text{دس} \left(\frac{1}{s-7} + 3s^2 + 2s - 3 \right) \right]$$

إمتلاك مستقبلك

$$\left[\text{دس} \left(\frac{1}{s} - \frac{9}{s^4} + (2-3s) \right) \right]$$

$$\left[\text{دس} (2s + 5s + 3s) \right]$$

$$\left[\text{دس} \left(\frac{18}{(1+2s)^2} + \frac{18}{1+2\sqrt{s}} \right) \right]$$

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق، وكان ق (س) = ٦س - ٨س^٢ + ٥ ،
 ، وكان ق (-١) = ٢ ، فجد قاعدة الاقتران ق

الفلم
 إمتلك مستقبلك

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق، وكان ق (س) = ٢س - ٥ ، وكان
 ق (٢) = ٤ ، فجد قيمة ق (١)

تطبيقات التكامل غير المحدود

(٢) التفسير الفيزيائي

مفتاح السؤال

تعريف

(أ) إحسب السرعة

(ب) إحسب المسافة

(موقع الجسم)

خطوات الحل

(١) ع (ن) = ١ ت (ن) دن

(٢) ف (ن) = ١ ع (ن) دن

(٣) تكامل عادي + ج

(٤) التخلص من (ج) من

المساعدة

(أ) ع (أ) = ب

(ب) ف (أ) = ب

حيث

أ: قيمة ن

ب: الجواب

(١) التفسير الهندسي

مفتاح السؤال

(أ) إذا كان ميل المماس

(ب) إحسب قاعدة الاقتران

(ج) جد ق (عدد)

خطوات الحل

ميل المماس = ق (س)

(١) ق (س) = ١ ق (س) دس

(٢) تكامل عادي + ج

(٣) التخلص من (ج) من

المساعدة

(أ) (أ، ب)

(ب) ق (أ) = ب

حيث

أ: قيمة س

ب: الجواب

جد قيمة ق (١٤) ، علما بأن ميل المماس لمنحنى الاقتران
 ص = ق (س) عند النقطة (س ، ص) يعطى بالقاعدة
 ق (س) = $\sqrt[3]{6 - 2س}$ ، وأن منحنى يمر بالنقطة (٥ ، ٠)

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق (س) = $3س^3 + ٤س$ ،
 وكان ق (١) = ٤ ، فجد قيمة ق (٣)

الفلم
 إمتلاك مستقبلك

جد قيمة ق (١) ، علما بأن ميل المماس لمنحنى الاقتران
 ص = ق (س) عند النقطة (س ، ص) يعطى بالقاعدة
 ق (س) = $٥(س + ٤)$ ، وأن منحنى يمر بالنقطة (٧ ، ١-)

جد قاعدة الاقتران ق ، علما بأن منحنى يمر بالنقطة (١ - ، ٢) ،
 وأن ميل المماس ص = ق (س) عند النقطة (س ، ص) يعطى
 ق (س) = $٢س - ١$

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (س ، ص)
يساوي ق (س) = $4s^3 + 6s^2 - 3$ ، فجد قاعدة الاقتران ق
علما بأن منحنى الاقتران يمر بالنقطة (- ٢ ، ٠)

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق (س) = $3s^2 - 2s$ ،
فجد قاعدة الاقتران علما بأن النقطة (٢ ، ٣) تقع على

الفلم
إملاك مستقبلك

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (س ، ص)
يساوي ق (س) = $s(3s - 1)$ ، فجد قاعدة الاقتران ق
علما بأن ق (٠) = ٢

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق (س) = $(1 + s^2)^3$ ،
فجد قاعدة الاقتران علما بأنه يمر بالنقطة (١٣ ، ٠)

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (س ، ص)
يساوي ق (س) = (٨ س - ١) ، فجد قاعدة الاقتران ق
علما بأن ق (١ -) = ٣

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (س ، ص)
يساوي ق (س) = ٦ س^٢ + ٤ س ، فجد قاعدة الاقتران ق علما
بأن ق (١) = ٢

الفلم
إملاك مستقبلك

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (س ، ص)
يساوي ق (س) = ٩ س^٢ - ١٠ س + ٣ ، فجد قاعدة الاقتران ق
علما بأنه (١ - ، ٣)

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (س ، ص)
يساوي ق (س) = ٣ س (س + ٢) ، فجد قاعدة الاقتران ق
علما بأنه يمر (٠ ، ٢)

يتحرك جسم حسب العلاقة ت (ن) = ١٢ م/ث^٢ احسب
السرعة علما بأن السرعة الابتدائية ع(٠) = ٧ م/ث

يتحرك جسم حسب العلاقة ع (ن) = (٢ن + ٤) م/ث احسب
المسافة بعد مرور (٣) ثواني علما بأن الموقع الابتدائي ف(٠) = ٦

الفلم
إملاك مستقبلك

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد ن ثانية
تعطى العلاقة ع (ن) = (٢ن + ١) م/ث فجد موقع الجسم بعد
مرور (٣) ثواني علما بأن الموقعة الابتدائي ف(٠) = ٤ م

يتحرك جسم حسب العلاقة ت (ن) = (٦ن + ٢) م/ث^٢ احسب
السرعة بعد مرور ثانية من بدء الحركة علما بأن ع(٢) = ١٣ م/ث

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن تسارعه تعطى
بالعلاقة ت (ن) = (٦ ن) م/ث^٢ فجد موقع الجسم علما بأن
ع (٠) = ٢ م/ث ، ف (٠) = ٥ م

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد ن ثانية
تعطى العلاقة ع (ن) = (٣ ن^٢ + ٨ ن + ٧) م/ث فجد موقع
الجسم بعد مرور ثانيتين علما بأن الموقعة الابتدائي ف (٠) = ٥ م

الفلم
إملاك مستقبلك

إعداد الأستاذ

يتحرك نقطة مادية في خط مستقيم بحيث تعطى بالعلاقة
ت (ن) = (٦ ن - ٢) م/ث^٢ فجد موقع الجسم بعد مرور
ثانيتين علما بأن ع (٠) = ١ م/ث ، ف (٠) = ٣ م

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن تسارعه بعد ن ثانية
تعطى العلاقة ت (ن) = (٤ ن - ٤) م/ث^٢ فجد سرعة الجسم
بعد مرور (٣) ثواني علما بأن سرعته الابتدائية ع (٠) = ٨ م/ث

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد n ثانية تعطى العلاقة $v = (n + 1)^2$ م/ث فجد المسافة التي يقطعها الجسم علما بأن الموقعة الابتدائي ف $v = 12$ م

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن تسارعه بعد n ثانية تعطى العلاقة $a = \frac{3}{(n + 2)^2}$ م/ث^٢ ، فجد سرعة الجسم علما بأن سرعته الابتدائي ع $v = 9$ م/ث

الفلم
إملاك مستقبلك

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد n ثانية تعطى العلاقة $v = (n - 3)(n + 4)$ م/ث ، فجد
أ) القاعدة التي تمثل موقع الجسم بعد مرور n ثانية من بدء الحركة
ب) موقع الجسم بعد مرور ثانيتين من بدر الحركة ، علما بأن موقعة الابتدائي ف $v = 7$ م

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد n ثانية تعطى العلاقة $v = (12 - n)(n + 1)$ م/ث ، فجد القاعدة التي تمثل موقع الجسم بعد مرور n ثانية من بدء الحركة

التكامل المحدود

(٣) إذا كان ق (س) هي مشتقة الاقتران ق المعرفة على الفترة

$$[-٣ ، -١] \text{ وكان ق } (-٣) = ١٥ ، \text{ ق } (-١) = ٨ -$$

$$\text{فجد ق } (-١) - \text{ق } (-٣)$$

(١) إذا كان ق (س) هي مشتقة الاقتران ق المعرفة على الفترة

$$[٢ ، ٩] \text{ وكان ق } (٢) = ١١ ، \text{ ق } (٩) = ٢٥$$

$$\text{فجد } \left. \begin{array}{l} ٩ \\ \text{ق (س) دس} \\ ٢ \end{array} \right\}$$

الفلم
إملاك مستقبلك

(٤) إذا كان الاقتران ق معرفة على الفترة [١ ، ٥] ، وكان

$$\text{ق (س) } = ٢س + ١ ، \text{ فجد ق } (٥) - \text{ق } (١)$$

(٢) إذا كان ق (س) هي مشتقة الاقتران ق المعرفة على الفترة

$$[-١ ، ٣] \text{ وكان ق } (-١) = ١٢ ، \text{ ق } (٣) = ٨$$

$$\text{فجد } \left. \begin{array}{l} ٣ \\ \text{ق (س) دس} \\ -١ \end{array} \right\}$$

٥) إذا كان ق (س) هي مشتقة الاقتران ق المعرفة على الفترة

$$[-1, 2] ، وكان ق (-1) = 3 ، ق (2) = 5$$

$$\int_{-1}^2 ق (س) دس$$

٧) إذا كان ق (س) = ٣س^٢ ، فإن ق (س) دس يساوي

أ) صفر ب) ٣ ج) ٦ د) ٩

الفلم
إملاك مستقبلك

٦) إذا كان ق (س) متصلًا وكان ق (١) = ٣ ، ق (٢) = ٤

$$\int_{-1}^2 ق (س) دس = ١٢ ، حيث أعداد ثابت ، فجد$$

قيمة الثابت أ؟

٨) إذا كان ق (س) متصلًا وكان ق (٢) = ٤ ، ق (١) = ٢

$$\int_{-1}^2 ق (س) دس = ١٢ ، حيث أعداد ثابت ، فجد$$

قيمة الثابت أ؟

أ) ٦ ب) -٦ ج) ٤ د) -٤

مثال : جد قيمة التكاملات الآتية

$$(1) \int_1^8 \frac{1}{x} dx$$

$$(7) \int_{-1}^3 (x^2 + 7) dx$$

$$(2) \int_{-1}^3 (x^2 - 4) dx$$

$$(8) \int_2^{1-} (3x^2 - 2x + 5) dx$$

$$(3) \int_{\frac{4}{5}}^1 \frac{1}{x} dx$$

$$(9) \int_0^2 (1 - 4x) dx$$

$$(4) \int_1^4 x^2 dx$$

$$(10) \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$$

$$(5) \int_{-2}^3 x^3 dx$$

$$(11) \int_1^2 (x - 4x) dx$$

$$(6) \int_1^3 \frac{1}{x^3} dx$$

$$(12) \int_1^6 \frac{2}{x^2} dx$$

$$(13) \int_3^4 s \, ds$$

$$(18) \int_1^5 ds$$

$$(19) \int_0^{2-} 7 - ds$$

$$(14) \int_1^8 \frac{1}{s^3} ds$$

$$(20) \int_{1-}^3 2 - ds$$

$$(21) \int_6^9 ds$$

$$(15) \int_4^1 \frac{1}{\sqrt{s}} ds$$

$$(22) \int_2^3 s^3 ds$$

$$(23) \int_0^2 (s + 1) ds$$

$$(16) \int_0^1 14(s)^{\frac{4}{3}} ds$$

$$(24) \int_0^1 (s - 2) ds$$

$$(17) \int_1^3 (4s - 1) ds$$

$$(25) \int \frac{(2s + 8s^2 - 5s^3 + 7)^2}{s} ds$$

$$(29) \int \frac{(3s^2 - 12)^2}{s^2} ds$$

$$(26) \int \frac{(5 + \frac{s}{2})^3}{s} ds$$

$$(30) \int \frac{(3 - 3s^2)^2}{s} ds$$

$$(27) \int \frac{(3s^2 - 2)(s + 1)^2}{s^2} ds$$

$$(31) \int \frac{(5 + \frac{s}{2})^3}{s} ds$$

$$(28) \int \frac{1}{s^8 \sqrt[3]{s^7}} ds$$

$$(32) \int \frac{1}{s^2} ds$$

الفلم
إملاك مستقبلك

$$(36) \int_1^3 \left(3 - \frac{1}{\sqrt{s}} \right) ds$$

$$(33) \int_2^3 \frac{6}{s} ds$$

$$(37) \int_2^3 \frac{6}{s^2(4+s)} ds$$

$$(34) \int_1^3 \sqrt{s} ds$$

$$(38) \int_1^2 \frac{s^2 + 5s + 6}{s + 2} ds, s \neq -2$$

$$(35) \int_1^4 \sqrt[4]{s} ds$$

$$(6) \text{ إذا كان } \int \left[\frac{7s^2}{9 + s^3} + \frac{s^5}{7 + s^2} \right] ds = \frac{d}{ds} \text{ فجد } \frac{d}{ds}$$

مشتقة التكامل المحدود (مفتاح السؤال)
 $\frac{d}{ds}$ ، ق (س) دائما الجواب يساوي صفر

$$(1) \text{ إذا كان } \int \frac{ds}{(1 + 2s)^3} = \frac{d}{ds} \text{ فجد } \frac{d}{ds}$$

$$(7) \text{ إذا كان } \int \left[\frac{s^5}{9 + s^2} + \frac{1 - s}{s + 1} \right] ds = \frac{d}{ds} \text{ فجد } \frac{d}{ds} \text{ ، علما أن } s = 2$$

$$(2) \text{ إذا كان } \int \frac{ds}{(7s^0 + 2s^2)^3} = \frac{d}{ds} \text{ فجد } \frac{d}{ds}$$

$$(3) \text{ إذا كان } \int \frac{ds}{(9s^{-2} + 4s^3)^6} = \frac{d}{ds} \text{ فجد } \frac{d}{ds} \text{ (3)}$$

فجد ق (- 1)

$$(4) \text{ إذا كان } \int \frac{ds}{\sqrt{1 - 5s}} = \frac{d}{ds} \text{ فجد } \frac{d}{ds} \text{ (3)}$$

$$(5) \text{ إذا كان } \int \frac{ds}{\sqrt{9 + s^2}} = \frac{d}{ds} \text{ فجد } \frac{d}{ds}$$

$$(٣) \int_1^5 k \, dx = ٨ - ٨ , \text{ فجد قيمة الثابت } k ?$$

$$(٤) \int_3^4 ٣س^٢ \, dx = ٣٥ - ٣٥ , \text{ فجد قيمة الثابت } أ ؟$$

إملاك مستقبلك

$$(٥) \int_0^1 ٢ \, dx = ٩ - ٩ , \text{ فجد قيمة الثابت } أ ؟$$

$$(٦) \int_1^4 ٥ \, dx = ٧ - ٧ , \text{ فجد قيمة الثابت } ج ؟$$

ثوابت (مجاهيل) التكامل المحدود

(٢) المقدار معرف

مفتاح السؤال

$$\int_0^1 \text{المقدار معرف } dx = \text{صفر}$$

$$\int_0^1 \text{المقدار معرف } dx = \text{عدد}$$

القانون

(١) تكامل عادي

(٢) نعوض الحدود

(العلوي) - (السفلي)

(١) المقدار غير معرف

مفتاح السؤال

$$\int_0^1 \text{ق (س) } dx = \text{صفر}$$

القانون

(العلوي) = (السفلي)

مثال : جد قيمة التكاملات الآتية

$$(١) \int_0^1 ٨ \, dx = ٨ - ٨ , \text{ فجد قيمة الثابت } ج ؟$$

$$(٢) \int_{-2}^8 ٨ \, dx = ٢٤ - ٢٤ , \text{ فجد قيمة الثابت } ب ؟$$

$$(٧) \int_1^4 ج دس = ٩ ، فجد قيمة الثابت ج ؟$$

$$(١٢) \int_1^2 ٢س دس = ٨ ، فجد قيمة الثابت ب ؟$$

$$(٨) \int_{-2}^1 ب دس = ٣ ، فجد قيمة الثابت ب ؟$$

$$(١٣) \int_2^3 ٣س^٢ دس = ١٩ ، فجد قيمة الثابت ب ؟$$

إملاك مستقبلك

$$(٩) \int_1^7 ٢ك دس = ٢٤ ، فجد قيمة الثابت ك ؟$$

$$(١٤) \int_0^2 ٦س^٢ دس = ١٦ ، فجد قيمة الثابت ج ؟$$

$$(١٠) \int_2^5 ٥ دس = ٢٠ ، فجد قيمة الثابت ب ؟$$

$$(١١) \int_2^8 ٨س دس = ٢٠ ، فجد قيمة الثابت ج ؟$$

$$(19) \int_1^j (2s + 2) \, ds = 4 - \text{دس} \text{ ، فجد قيمة الثابت ج ؟}$$

$$(15) \int_1^8 4 \, ds = 12 \text{ ، فجد قيمة الثابت أ ؟}$$

إملاك مستقبلك

$$(20) \int_1^3 (2s + 1) \, ds = 12 \text{ ، فجد قيمة الثابت أ ؟}$$

$$(16) \int_1^3 2s \, ds = 8 \text{ ، فجد قيمة الثابت ج ؟}$$

$$(21) \int_1^{2A} 3 \, ds = 12 \text{ ، فجد قيمة الثابت أ ؟}$$

$$(17) \int_1^j (2s + 3) \, ds = 0 \text{ ، فجد قيمة الثابت ج ؟}$$

$$(22) \int_0^1 (2 - s) \, ds = 1 \text{ ، فجد قيمة الثابت أ ؟}$$

$$(18) \int_1^2 4s \, ds = 6 - \text{ج} \text{ ، فجد قيمة الثابت ج ؟}$$

$$(23) \int_0^2 (4s - 1) ds = 10, \text{ فجد قيمة الثابت } a ?$$

$$(26) \int_0^m (2 - 4s) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } m ?$$

$$(27) \int_0^{7+a} (s) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } a ?$$

إملاك مستقبلك

$$(24) \int_0^2 (1 + a) ds = 4, \text{ فجد قيمة الثابت } a ?$$

$$(28) \int_0^2 (s) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } a ?$$

$$(29) \int_0^{-7} (s) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } m ?$$

$$(24) \int_0^{2-a} (s) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } a ?$$

$$(30) \int_0^3 (s) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } a ?$$

$$(25) \int_0^1 (2s - 3) ds = 0, \text{ فجد قيمة الثابت } n ?$$

خصائص التكامل المحدود

يقسم السؤال إلى قسمين

(٢) المطلوب

مفتاح السؤال

(أ) فجد ما بعدها مطلوب(ب) فإن ما بعدها مطلوب

الخاصية الخطية

الثابت خارج التكامل

$$(1) \int_a^b l \, dx = \text{دس} \left[\int_a^b c \, dx \right] \text{ حيث } l \text{ ثابت}$$

ملاحظة : في عملية الجمع والطرح شرط

أن نوزع التكامل ونكامل كل حد لوحدة

$$(2) \int_a^b c \, dx = \text{دس} \left[\int_a^b c \, dx \right] + \text{دس} \left[\int_a^b c \, dx \right]$$

(١) المعطيات

مفتاح السؤال

(أ) إذا كان ما بعدها معطيات(ب) إذا علمت ما بعدها معطيات

الخاصية الخطية

$$(1) \int_a^b c \, dx = \text{دس} \left[\int_a^b c \, dx \right] = \frac{\text{عدد}}{l}$$

$$(2) \int_a^b c \, dx = \text{دس} \left[\int_a^b c \, dx \right] = \frac{\text{عدد}}{1}$$

ملاحظة : في عملية الجمع والطرح شرط

أن نوزع التكامل ونكامل كل حد لوحدة

$$(3) \int_a^b c \, dx = \text{دس} \left[\int_a^b c \, dx \right] + \text{دس} \left[\int_a^b c \, dx \right]$$

خواص التكامل المحدود

$$(1) \int_a^a (س) ق = صفر$$

$$(2) \int_a^b (س) ق - \int_b^a (س) ق = صفر$$

$$(3) \int_a^b (س) ق + \int_b^a (س) ق = صفر$$

$$(1) \int_a^b (س^2 + 9) دس$$

$$(2) \int_a^b (6س + 9) دس$$

$$(3) \int_a^b (5 + 3س) دس$$

$$(4) \int_a^b (5 - 7س^2) دس = ل ، فجد قيمة الثابت ل$$

$$(5) \int_a^b (7 - \frac{1}{2}س^2) دس = ك ، فجد قيمة ك$$

$$(1) \text{ إذا كان } \int_a^b (س) ق = 6 ، \int_a^b (س) ه = -2 ،$$

فجد قيمة كل مما يأتي :

$$(أ) \int_a^b 2(س) ق دس$$

$$(ب) \int_a^b (3ه - 6ق + 4) دس$$

$$(2) \text{ إذا كان } \int_a^b 2(س) ق = -2 ، \int_a^b 5(س) ع = 5 ،$$

فجد قيمة كل مما يأتي :

$$(أ) \int_a^b \frac{5(س) ع}{2} دس$$

$$(ب) \int_a^b (2ع - 3ل) دس$$

$$(٦) \int \left(\frac{9}{s^5} + \sqrt{s} \right) ds$$

$$(١١) \int \frac{ق (س) دس = ١٢}{٢} ، فجد \int \frac{ق (س) دس}{٣}$$

$$(٧) \int \left(\sqrt[3]{s} - ٥ \right) ds = ج ، فجد قيمة ج$$

$$(١٢) \int \frac{ق (س) دس = ٩}{٢} ، فجد \int \sqrt[3]{س} ق (س) دس$$

إمتلاك مستقبلك

$$(٨) \int \frac{٣}{s^5} ds = أ ، فجد قيمة أ$$

$$(١٣) \int \frac{ق (س) دس = ٦}{٧} ، فجد \int \frac{٣ ق (س) - ٢ س + ١}{٤} دس$$

$$(٩) \int \frac{ق (س) دس = ٥}{١} ، فجد قيمة كل مما يأتي :$$

(أ) $\int \frac{ق (س) دس}{٣}$

(ب) $\int \frac{٥ ق (س) دس}{١}$

(ج) $\int \frac{٣ ق (س) دس}{٣}$

$$(١٤) \int \frac{٥ ق (س) دس = ١٠}{١} ، فجد \int \frac{٣ ق (س) دس}{٤}$$

$$(١٠) \int \frac{٣ ق (س) دس = ٦}{٢} ، فجد \int \frac{ق (س) دس}{٥}$$

$$(19) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 6, \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 4 -$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

$$(15) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 16, \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 8$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

إملاك مستقبلك

$$(20) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 6, \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 4 -$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

$$(16) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 9, \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 18$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

$$(21) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 15, \begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 10 -$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس تساوي}$$

$$(17) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 1 \\ 7 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 1 \\ 7 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 5, \begin{matrix} 4 \\ 7 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 4 \\ 7 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 9$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

أ) ٥ ب) ١٣ ج) ١٥ د) ٢٥

$$(18) \text{ إذا كان } \begin{matrix} 1 \\ 6 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 1 \\ 6 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 3, \begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 4 -$$

$$\text{فإن } \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \left[\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{٢٤) إذا كان } \left[\begin{array}{l} 3 \\ 1-6 \end{array} \right] \text{ ق (س) دس} = 8, \left[\begin{array}{l} 6 \\ 1- \end{array} \right] \text{ (ق (س) - 2) دس} = 3 \\ \text{فإن } \left[\begin{array}{l} 3 \\ 3 \end{array} \right] \text{ ق (س) دس} \end{array} \right\}$$

الفلم
إملاك مستقبلك

$$\left. \begin{array}{l} \text{٢٢) إذا كان } \left[\begin{array}{l} 4 \\ 3 \end{array} \right] \text{ ق (س) دس} = 2, 1 - 2 \geq 1 \geq 2 \\ \text{٣س}^2, 2 > 3 \geq 3 \end{array} \right\}$$

$$\left[\begin{array}{l} 3 \\ 1- \end{array} \right] \text{ ق (س) دس}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{٢٥) إذا كان } \left[\begin{array}{l} 5 \\ 1 \end{array} \right] \text{ ق (س) دس} = 3, \left[\begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array} \right] \text{ ق (س) دس} = 2 \\ \text{فإن } \left[\begin{array}{l} 5 \\ 3 \end{array} \right] \text{ (ق (س) + 2س) دس} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{٢٣) إذا كان } \left[\begin{array}{l} 2 \\ 2 \end{array} \right] \text{ ق (س) دس} = 0, 1 \geq 2 \geq 1 \\ \text{٢س}^2, 1 + 2 \geq 2 \end{array} \right\}$$

$$\left[\begin{array}{l} 2 \\ \cdot \end{array} \right] \text{ ق (س) دس}$$

$$(28) \text{ إذا كان } \begin{cases} 3 \\ 1- \end{cases} \left[\begin{matrix} 3 \\ 1- \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 6, \begin{cases} 1- \\ 3 \\ 2 \end{cases} \left[\begin{matrix} 1- \\ 3 \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ع (س) دس} = 5 -$$

فجد

$$(أ) \begin{cases} 3 \\ 1- \end{cases} \left[\begin{matrix} 3 \\ 1- \end{matrix} \right] \text{ (ع ق (س) - ع (س)) دس}$$

الفلم
إملاك مستقبلك

$$(26) \text{ إذا كان } \begin{cases} 3 \\ 1 \\ 5 \end{cases} \left[\begin{matrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 4, \begin{cases} 5 \\ 3 \end{cases} \left[\begin{matrix} 5 \\ 3 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس} = 3$$

$$\text{فجد } \begin{cases} 5 \\ 1 \end{cases} \left[\begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix} \right] \text{ (ق (س) + 2) دس}$$

$$(ب) \begin{cases} 3 \\ 1- \end{cases} \left[\begin{matrix} 3 \\ 1- \end{matrix} \right] \text{ (6س}^2 - 3\text{ع (س) + 2) دس}$$

$$(27) \text{ إذا كان } \begin{cases} 2 \\ 1- \end{cases} \left[\begin{matrix} 2 \\ 1- \end{matrix} \right] \text{ (ق (س) - 3) دس} = 8, \begin{cases} 1- \\ 2 \end{cases} \left[\begin{matrix} 1- \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

$$(29) \text{ إذا كان } \begin{cases} 1- \end{cases} \left[\begin{matrix} 1- \end{matrix} \right] \text{ (2ق (س) - 2) دس} = 4, \begin{cases} 1- \end{cases}$$

$$\text{وكان } \begin{cases} 1- \\ 2 \end{cases} \left[\begin{matrix} 1- \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ (2س + ق (س)) دس} = 12, \begin{cases} 1- \\ 2 \end{cases} \left[\begin{matrix} 1- \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ ق (س) دس}$$

أ) ١٥ ب) ١٣ ج) ١٤ د) ١٢

$$(٣١) \text{ إذا كان } \int \frac{2}{(س) - ٨} دس = ١٢ - \frac{٤}{٣}$$

فجد

$$(أ) \int \frac{٢}{(س) دس} دس$$

الفلم
إملاك مستقبلك

$$(ب) \int \frac{٣}{٤} (٢ ق (س) + ٣ س^٢) دس$$

$$(٢٩) \text{ إذا كان } \int \frac{٣}{٨} ق (س) دس = ٨ - \text{ فجد}$$

$$(أ) \int \frac{٣}{٨} ق (س) دس$$

$$(ب) \int \frac{٨}{٣} (٢ ق (س) + ٣ س^٢) دس$$

$$(٣٠) \text{ إذا كان } \int \frac{٢}{٣} ق (س) دس = ٥ - \frac{٦}{١} ، \int \frac{٦}{١} ق (س) دس = ٤ - \frac{٦}{١} ، \text{ فجد}$$

$$(أ) \int \frac{٢}{٣} ق (س) دس$$

$$(ب) \int \frac{٢}{٦} ق (س) دس$$

التكامل بالتعويض

مفتاح السؤال

يستخدم التكامل بالتعويض في عملية ضرب اقترانات

$$(١) \left[(اقتران) \times (اقتران) \text{ قوة دس} \right]$$

$$(٢) \left[\frac{اقتران}{(اقتران) \text{ قوة دس}} \right]$$

$$(٣) \left[(اقتران) \times (اقتران \text{ دائري}) \text{ دس} \right]$$

$$(٤) \left[(اقتران) \times (ق \text{ (س قوة)}) \text{ أو } (ق \text{ (س قوة)}) \text{ دس} \right]$$

خطوات الحل

(١) نفرض ص =

ما داخل القوس

(٢) نشتق

$$\frac{دس}{\text{مشتقة الفرض (ص)}} = دس$$

(٣) نختصر

(٤) إجراء التكامل

(٥) إسترجاع الفرض

$$(١) \left[(اقتران) \times (اقتران) \text{ قوة دس} \right]$$

مثال : جد التكاملات الآتية

$$(١) \left[(س٢) (س٢ + ١) \text{ دس} \right]$$

$$(٢) \left[(س٣ + ٢) (س٣ + ٢س٢ + ٩) \text{ دس} \right]$$

$$(٣) \left[(س٢ + ٥) (س٢ + ٥س + ١) \text{ دس} \right]$$

الفلم
إملاك مستقبلك

$$(٤) \int \frac{٥}{\sqrt[٧]{(٩ + ٢س)}} دس$$

$$(٨) \int س (٢ + ٢س٣)٤ دس$$

$$(٥) \int \frac{١}{٥} (١ + ٢س) (٤ - س + ٢س) دس$$

$$(٩) \int \frac{\text{إملاك مستقبلك}}{\sqrt[٥]{(١ + ٢س) (٤ - س + ٢س)}} دس$$

$$(٦) \int س^٢ (١ - ٣س)٨ دس$$

$$(١٠) \int \sqrt[٣]{(٣ + س) (٦ - س - ٤)} دس$$

$$(٧) \int (٤ + ٣س)٢ (٤ - ٣س) دس$$

الفلم
إملاك مستقبلك

$$\left. \begin{array}{l} \text{دس} \frac{\text{س}^2}{\sqrt[4]{\text{س}^3 + 7}} \\ \text{دس} \frac{\text{س}^2}{\sqrt[4]{\text{س}^3 + 7}} \end{array} \right\} (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دس} \frac{\text{اقتران}}{\text{اقتران (قوة)}} \\ \text{دس} \frac{\text{اقتران}}{\text{اقتران (قوة)}} \end{array} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دس} \frac{5 - \text{س} \cdot 10}{\sqrt[3]{(\text{س} - 9 + \text{س}^2)}} \\ \text{دس} \frac{5 - \text{س} \cdot 10}{\sqrt[3]{(\text{س} - 9 + \text{س}^2)}} \end{array} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دس} \frac{6 - \text{س}^4}{\sqrt[3]{1 + \text{س}^3 - \text{س}^2}} \\ \text{دس} \frac{6 - \text{س}^4}{\sqrt[3]{1 + \text{س}^3 - \text{س}^2}} \end{array} \right\} (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دس} \frac{1 + \text{س}}{\sqrt[3]{5 + \text{س}^2 + \text{س}^2}} \\ \text{دس} \frac{1 + \text{س}}{\sqrt[3]{5 + \text{س}^2 + \text{س}^2}} \end{array} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دس} \frac{1}{\sqrt[3]{1 + \text{س}^5}} \\ \text{دس} \frac{1}{\sqrt[3]{1 + \text{س}^5}} \end{array} \right\} (5)$$

$$(3) \left[(اقتران) \times (اقتران دائري) \text{ دس} \right]$$

$$(1) \left[(1 + س^2) \text{ جا} (س^2 + س + 9) \text{ دس} \right]$$

$$(2) \left[س^3 \text{ جتا} (س^3 + 8) \text{ دس} \right]$$

$$(3) \left[(6 + س^4) \text{ قا} (س^2 + س^3 + 8) \text{ دس} \right]$$

$$(4) \left[(س^4) \text{ جا} (س^2 - 3) \text{ دس} \right]$$

إملاك مستقبلك

$$(5) \left[(س + 1) \text{ قا} (س^2 + س^2 + 1) \text{ دس} \right]$$

$$(6) \left[(س^4 + 6) \text{ جتا} (س^2 + س^3) \text{ دس} \right]$$

$$(7) \left[\frac{1 + س^2}{(س^2 + س + 9) \text{ جتا}^2} \text{ دس} \right]$$

الفلم
إملاك مستقبلك

(٣) إذا كان ق (٨) = ٥ ، ق (١ -) = -٦ ، فجد

$$\int_{-1}^2 3s^2 \text{ ق } (s^3) \text{ دس}$$

(٤) $\int (اقتران) \times (ق (س قوة)) \text{ أو } (ق (س قوة)) \text{ دس}$

(١) إذا كان ق (٤) = ١٢ ، ق (١) = -٨ ، فجد

$$\int_{-1}^2 2s \text{ ق } (s^2) \text{ دس}$$

(٤) إذا علمت أن $\int_{-1}^2 5s \text{ ق } (س) \text{ دس} = 3$ ، فجد قيمة التكامل
الآتي $\int_{-1}^2 8s \text{ ق } (س^2 + ١) \text{ دس}$

(٢) إذا كان ق (٩) = ١٩ ، ق (١٣) = ٢ ، فجد

$$\int (٤س + ٦) \text{ ق } (س^2 + ٣س + ٩) \text{ دس}$$

(٥) إذا كان ق (٢) = ١٢ ، ق (١) = ٤ ، فجد

$$\int_{-1}^1 س \text{ ق } (س^2 + ١) \text{ دس}$$

٢(د)

٤(ج)

٦(ب)

٨(أ)

جد قاعدة الاقتران ق ، إذا كان ميل المماس للمنحنى
 ص = ق (س) عند النقطة (س ، ص) يعطى بالقاعدة
 ق (س) = س $\sqrt{س^2 + ٩}$ ، وكان منحنى الاقتران ق يمر
 بالنقطة (-٤ ، ١)

جد قاعدة الاقتران ق ، إذا كان ميل المماس للمنحنى
 ص = ق (س) عند النقطة (س ، ص) يعطى بالقاعدة
 ق (س) = $\left[\frac{س^2}{٣} \right]$ ، وكان منحنى الاقتران
 $\sqrt{س^2 + ٨}$
 ق يمر بالنقطة (٠ ، ٤)

الفلم
 إمتلاك مستقبلك

المساحة

ملاحظة : (١) المساحة دائما موجبة

$$\text{المساحة} = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

(٢) المساحة \neq صفرا

مفتاح السؤال

صيغة السؤال

(١) اقتران واحد و فترة

أشكال الفترة

[أ، ب] ، (س_١ = أ ، س_٢ = ب)

أ: الحد السفلي

ب: الحد العلوي

(٢) اقتران واحد ومحور السينات بدون فترة

(٣) المساحة من الرسم

(١) اقتران واحد و فترة

أشكال الفترة

[أ، ب] ، (س_١ = أ ، س_٢ = ب)

أ: الحد السفلي

ب: الحد العلوي

خطوات الحل

إمتهلك مستقبلك

(١) نرسم خط الاعداد ونضع عليه الفترة

(٢) نسوي الاقتران بالصفر لنجد قيم س

(٣) قيمة س لها حالتين

تقع بالفترة

لا تقع بالفترة

(٤) تكامل عادي

(٥) نعوض الحدود (العلوي - السفلي)

(١) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = ٢ - س

ومحور السينات على الفترة [-١ ، ٣]

(٤) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = $2s^2$
ومحور السينات على الفترة [١ ، ٢]

(٢) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = $2s - 4$
ومحور السينات على الفترة $s_1 = 1 -$ ، $s_2 = 3$

الفلم
إملاك مستقبلك

(٥) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = $7s$ ومحور
السينات على الفترة [١ ، ٣]

(٣) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = $2s - 2$
ومحور السينات على الفترة $s_1 = 1 -$ ، $s_2 = 3$

الفلم
إملاك مستقبلك

(٦) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = $s^2 + 4$
ومحور السينات على الفترة $s_1 = 0$ ، $s_2 = 3$

(٧) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = s^3
ومحور السينات على الفترة $s_1 = -2$ ، $s_2 = 1$

(٢) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = ٩ - س^٢ ومحور السينات

الفلم
إملاك مستقبلك

(٢) اقتران واحد ومحور السينات بدون فترة

خطوات الحل

(١) نساوي الاقتران بالصفر و نجد قيم س و تكون هي حدود التكامل

(٢) نكامل عادي

(٣) نعوض الحدود (العلوي - السفلي)

(١) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = ٢٥ - س^٢ ومحور السينات

(٣) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = ٥ - س^٢ ومحور السينات

(٦) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) و محور السينات ق (س) = $٦س + ٧س^٢$

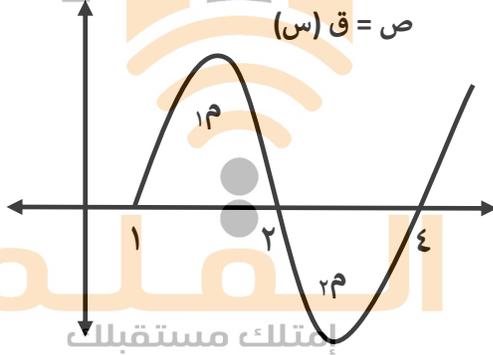
(٤) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = $٦س - ٣س^٢$ ومحور السينات

الفلم
إملاك مستقبلك

(٧) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) و محور السينات ق (س) = $٥س - ٢س^٢$

(٥) إحسب المساحة المحصورة بين ق (س) = $٢س - ٢س^٢$ ومحور السينات

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران
ق (س) ، إذا كان $m = 7$ ، $m = 4$ ، فجد كل من



(١) المساحة الكلية بين ق (س) ومحور السينات في الفترة

$$[4 , 1]$$

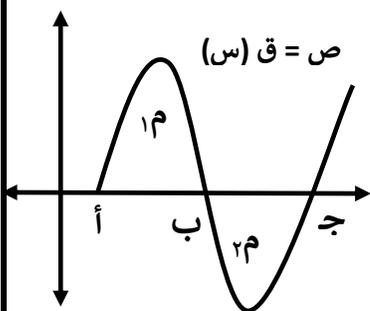
$$\int_1^2 \text{ق (س) دس} = 2$$

$$\int_2^4 \text{ق (س) دس} = 3$$

$$\int_1^4 \text{ق (س) دس} = 4$$

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران

ق (س) ، إذا كان $m = 6$ ، $m = 10$ ، فجد



$$\int_أ^ج \text{ق (س) دس}$$

(٣) المساحة من الرسم

خطوات الحل

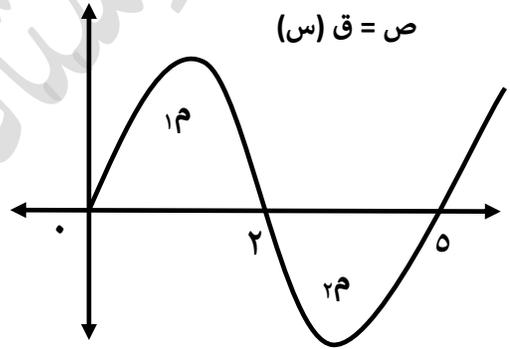
نحدد مكان المساحة على الرسمة

(أ) (فوق محور السينات موجبة)

(ب) (تحت محور السينات سالبة)

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران

ق (س) ، إذا كان $m = 7$ ، $m = 9$ ، فجد كل من



(١) المساحة الكلية بين ق (س) ومحور السينات في الفترة

$$[5 , 0]$$

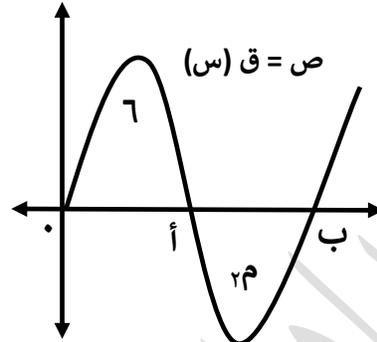
$$\int_0^2 \text{ق (س) دس} = 2$$

$$\int_2^5 \text{ق (س) دس} = 3$$

$$\int_0^5 \text{ق (س) دس} = 5$$

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران

ق (س) ، حيث أن ، \int_0^b ق (س) دس = - ٤



(١) \int_0^b ق (س) دس

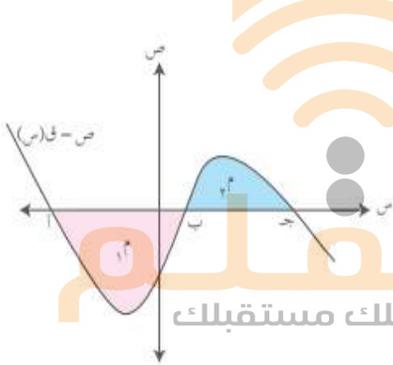
(٢) \int_0^a ق (س) دس

(٣) \int_0^a ق (س) دس

(٤) مساحة المنطقة المغلقة بين منحنى الاقتران ق (س)

ومحور السينات في الفترة [٠ ، ب]

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران
ق (س) ، إذا كان $١م = ٨$ وحدات ، $٢م = ٥$ وحدات ، فجد



(١) \int_0^b ق (س) دس

(٢) \int_0^b ق (س) دس

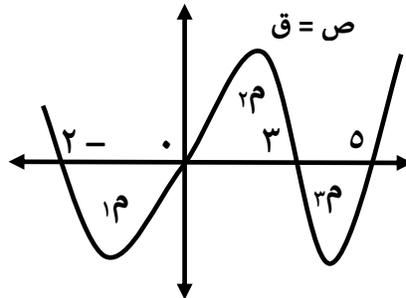
(٣) \int_0^a ق (س) دس

(٤) مساحة المنطقة المغلقة بين منحنى الاقتران ق (س)

ومحور السينات في الفترة [أ ، ج]

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران

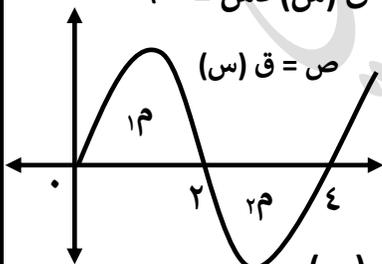
ق (س) ، إذا كان $١م = ٣$ ، $٢م = ٥$ ، $٣م = ٩$ ، فجد



(٥) \int_0^b ق (س) دس

يمثل الشكل المجاور المنطقة المغلقة المحصورة بين
منحنى الاقتران ق (س) ومحور السينات ، فإذا علمت أن

\int_0^2 ق (س) دس = ٥ ، \int_0^4 ق (س) دس = - ٦



فجد مساحة المنطقة

المغلقة بين منحنى الاقتران ق (س)

ومحور السينات في الفترة [٤ ، ٠]

اختبر نفسك

(١) إذا كان $\int_0^1 (س) دس = ٥س^٢ - ٣س + ٤$ ، فإن $\int_0^2 (س) دس$ تساوي:

- (أ) ١٧ (ب) ١٨ (ج) ٢١ (د) ٢٢

(٢) $\int_0^1 دس$ يساوي:

- (أ) $\frac{٢}{٣} + ج$ (ب) $\frac{٢}{٣} س + ج$ (ج) $ل س + ج$ (د) $٢ل + ج$

(٣) $\int_0^6 جتا ٣س دس$ يساوي:

- (أ) $٦ جتا ٣س + ج$ (ب) $٦ جتا ٣س + ج$ (ج) $٢ جتا ٣س + ج$ (د) $٢ جتا ٣س + ج$

(٤) إذا كان $\int_0^2 (س) دس = ٦$ ، $\int_0^1 (س) دس = ٢$ ، فما قيمة $\int_0^2 (س) دس$ ؟

- (أ) -٤ (ب) ٤ (ج) ١- (د) ١

(٥) إذا كان $\int_0^2 س^٣ دس = \frac{١٠}{٢}$ ، فما قيمة $\frac{نص}{س}$ ؟

- (أ) ٣٢ (ب) ١٠ (ج) ٨ (د) صفر

(٦) $\int_0^3 \frac{س^٣ + ٨}{س + ٢} دس$ يساوي:

- (أ) ١٢ (ب) ١٩ (ج) ٢٧ (د) ٣٠

(٧) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $ص = ق(س)$ عند النقطة $(س، ص)$ يساوي $(٤س + ١)$ وكان منحنى

الاقتران $ق$ يمر بالنقطة $(٠، ٤)$ ، فإن قيمة $ق(١-)$ تساوي:

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٧

(٨) تتحرك نقطة مادية على خط مستقيم بحيث أن تسارعها بعد مرور $ن$ ثانية من بدء الحركة يعطى بالعلاقة

$ت(ن) = (٥ - ٦ن) م/ث^٢$ ، إذا علمت أن سرعتها الابتدائية $ع(٠) = ٤ م/ث$ ، وموقعها الابتدائي

$ف(٠) = ٣ م$ ، أجب على السؤالين (أ) ، (ب)

(أ) ما سرعة النقطة المادية بعد مرور ثانيين من انطلاقها؟

- (أ) ٢ م/ث (ب) ٦ م/ث (ج) ١٤ م/ث (د) ١٨ م/ث

(ب) ما موقع النقطة المادية بعد مرور ٤ ثوانٍ من بدء الحركة؟

- (أ) ٤٣ م (ب) ٤٠ م (ج) ٢٤ م (د) ١٩ م

امتلك مستقبلك

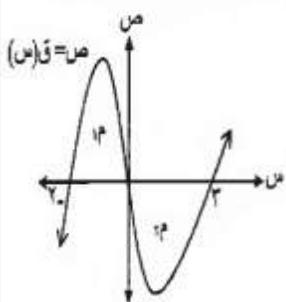
(٩) يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد مرور $ن$ ثانية من بدء الحركة تعطى بالعلاقة:

$ع(ن) = (٦جا٣ن - ١) م/ث$ ، فما القاعدة التي تمثل موقع الجسم بعد مرور $ن$ ثانية من بدء الحركة؟

- (أ) $ف(ن) = ٦جا٣ن - ١ + ج$ (ب) $ف(ن) = ٦جا٣ن - ١ + ج$ (ج) $ف(ن) = ٦جا٣ن - ١ + ج$ (د) $ف(ن) = ٦جا٣ن - ١ + ج$

(١٠) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران $ص = ق(س)$ ، إذا علمت أن مساحة المنطقة $م$ تساوي

(٣) وحدات مربعة، مساحة المنطقة $د$ تساوي (٤) وحدات مربعة ، فأجب عن السؤالين ١ ، ٢ الآتيين:



(١) قيمة $\int_0^2 (س) دس$ تساوي:

- (أ) ٧ (ب) ١ (ج) ١- (د) ٧-

(٢) قيمة $\int_0^4 (س) دس$ تساوي:

- (أ) ٧ (ب) ١ (ج) ٨ (د) ٩

(١١) $\int_0^1 (س - ١) دس$ يساوي:

- (أ) $٥(س - ١) + ج$ (ب) $٥ - (س - ١) + ج$ (ج) $٥ - \frac{(س - ١)}{٦} + ج$ (د) $\frac{(س - ١)}{٦} + ج$

(١٢) قيمة $\int_0^3 دس$ تساوي:

- (أ) ٦ (ب) ٦- (ج) ٣- (د) صفر

<p>(١٣) إذا كان $\int \frac{1}{3} (س) دس = ٤$ ، فإن قيمة $\int \frac{1}{3} (س) دس + ٦$ ، فإن $\int \frac{1}{3} (س) دس + ٦$ يساوي:</p> <p>(أ) ١٤ (ب) ٢٤ (ج) ٢٦ (د) ١٢</p>	<p>(١٣) إذا كان ق اقتراننا متصلًا، وكان ق $(٠) = ١ -$ ، ق $(١) = ٢$ ، فإن قيمة $\int_0^1 (س) دس$ تساوي:</p> <p>(أ) ٣- (ب) ١- (ج) ١ (د) ٣</p>
<p>(١٤) إذا كان ق اقتراننا متصلًا، وكان ق $(س) دس = ٥ - ٣$ ، فإن قيمة ق (١) تساوي:</p> <p>(أ) ٢- (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٣-</p>	<p>(١٤) إذا كان ق اقتراننا متصلًا، وكان ق $(س) دس = ٥ - ٣$ ، فإن قيمة ق (١) تساوي:</p> <p>(أ) ٢- (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٣-</p>
<p>(١٥) إذا كان ق اقتراننا معرفًا على الفترة $[١، ٢]$ ، وكان ق $(س) = ٢$ ، فإن قيمة ق $(٣) - ق(١)$ تساوي:</p> <p>(أ) ٨ (ب) ٨- (ج) ٤ (د) ٤-</p>	<p>(١٥) إذا كان ق اقتراننا معرفًا على الفترة $[١، ٢]$ ، وكان ق $(س) = ٢$ ، فإن قيمة ق $(٣) - ق(١)$ تساوي:</p> <p>(أ) ٨ (ب) ٨- (ج) ٤ (د) ٤-</p>
<p>(١٦) إذا كان ق اقتراننا متصلًا، وكان ق $(س) دس = ٤$ س $٣ - ١$ ، فما قيمة ق $(٢-)$ ؟</p> <p>(أ) ٨ (ب) ٨- (ج) ١٦- (د) ١٦</p>	<p>(١٦) إذا كان ق اقتراننا متصلًا، وكان ق $(س) دس = ٤$ س $٣ - ١$ ، فما قيمة ق $(٢-)$ ؟</p> <p>(أ) ٨ (ب) ٨- (ج) ١٦- (د) ١٦</p>
<p>(١٧) إذا كان ق اقتراننا قابلًا للاشتقاق، وكان ق $(س) = ٣ + ٢س$ ، ق $(٢) = ٥$ ، فما قيمة ق $(١-)$ ؟</p> <p>(أ) ٣- (ب) ٣ (ج) ٧- (د) ٧</p>	<p>(١٧) إذا كان ق اقتراننا قابلًا للاشتقاق، وكان ق $(س) = ٣ + ٢س$ ، ق $(٢) = ٥$ ، فما قيمة ق $(١-)$ ؟</p> <p>(أ) ٣- (ب) ٣ (ج) ٧- (د) ٧</p>
<p>(١٨) قيمة $\int \frac{٥}{س} دس$ تساوي:</p> <p>(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) ١ (ج) $\frac{٢}{٣}$ (د) صفر</p>	<p>(١٨) قيمة $\int \frac{٥}{س} دس$ تساوي:</p> <p>(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) ١ (ج) $\frac{٢}{٣}$ (د) صفر</p>
<p>(١٩) إذا كان $\int \frac{١}{س} دس = ٩$ ، فإن $\int \frac{١}{س} دس + ٣$ ، ق $(س) دس$ يساوي:</p> <p>(أ) ٨ (ب) ١٨ (ج) ١٢ (د) ١٧</p>	<p>(١٩) إذا كان $\int \frac{١}{س} دس = ٩$ ، فإن $\int \frac{١}{س} دس + ٣$ ، ق $(س) دس$ يساوي:</p> <p>(أ) ٨ (ب) ١٨ (ج) ١٢ (د) ١٧</p>
<p>(٢٠) إذا كان $\int \frac{١}{س} دس = ٧$ ، $\int \frac{١}{س} دس = ٨$ ، فإن ق $(س) دس$ يساوي:</p> <p>(أ) ٥ (ب) ٥- (ج) ١٥ (د) ١-</p>	<p>(٢٠) إذا كان $\int \frac{١}{س} دس = ٧$ ، $\int \frac{١}{س} دس = ٨$ ، فإن ق $(س) دس$ يساوي:</p> <p>(أ) ٥ (ب) ٥- (ج) ١٥ (د) ١-</p>
<p>(٢١) إذا كان $\int \frac{١-٢س}{١+س} دس$ يساوي:</p> <p>(أ) $\frac{١}{٤} \sqrt{١+س-٢س}$ (ب) $\frac{١}{٤} \sqrt{١+س-٢س}$ (ج) $\frac{١}{٤} \sqrt{١+س-٢س}$ (د) $\frac{١}{٤} \sqrt{١+س-٢س}$</p>	<p>(٢١) إذا كان $\int \frac{١-٢س}{١+س} دس$ يساوي:</p> <p>(أ) $\frac{١}{٤} \sqrt{١+س-٢س}$ (ب) $\frac{١}{٤} \sqrt{١+س-٢س}$ (ج) $\frac{١}{٤} \sqrt{١+س-٢س}$ (د) $\frac{١}{٤} \sqrt{١+س-٢س}$</p>