مخطط الوحدة الأولى النهايات

١) مفهوم النهاية :

نهـا ق (س)
س ← p

نهـا ق(س) = نهـا ق(س) ≠ نهـا ق(س)
س ← p+ | س ← p | س ← p

تعني أن النهاية موجودة | تعني أن النهاية غير موجودة

ق(س) ← تعني صورة العدد وتكون

دائرة مغلقة ● | خط متصل — | الدائرة المفتوحة تكون الصورة للعدد غير معرفة وعدم وجود دائرة فالله

إيجاد المجاهيل من الرسم في النهايات

نهـا ق(س) = الجواب المعطى
س ← p

p ← المجهول

عدد:
١) نحدد العدد على محور الصادات ونرسم خط أفقي
٢) نأخذ سينات نقاط التقاطع مع المنحنى

غير موجودة: نأخذ سينات القفزات

٢) نظريات النهايات :

الأصل في النهاية التعويض إلا عند وجود اسماء اقترانات ق(س) ، هـ(س) ، ل(س) --- الخ

يكون الحل بطريقة التوزيع للنهاية

سؤال النظريات يقسم إلى قسمين

معطيات ← مفتاح السؤال

إذا علمت معطيات
إذا كان معطيات
يتم تجهيز المعطيات
إذا لم تكن جاهزة

١) نهـا ق(س) = ب/جـ ≠ نهـا ق(س) ≠ ب/جـ
س ← p | س ← p

٢) نهـا ق(س)/جـ ≠ ب/١ ≠ ب/١
س ← p
بالضرب التبادلي

٣) نهـا ق(س) ± جـ = ب
س ← p
± جـ ← ∓ جـ

مطلوب ← مفتاح السؤال

فجد مطلوب
فإن مطلوب
يتم تجهيز المطلوب إذا لم يكن جاهز

١) الثابت خارج النهاية
نهـا جـ ق(س) = جـ نهـا ق(س)
س ← p | س ← p

٢) النهاية تحت الجذر
نهـا √ق(س) = √(نهـا ق(س))
س ← p | س ← p

٣) النهاية داخل القوس والقوة
نهـا ق^جـ(س) = (نهـا ق(س))^جـ
س ← p | س ← p

متشعب النهايات :
الأعداد و الاقترانات
١) العدد مش على خط الأعداد نأخذ الاقتران المناسب ويكون هو (الصورة ، نهـا) عند ±

نرسم خط أعداد ونضع عليه
١) العدد على خط الأعداد
٢) صورة العدد عند المساواة =
٣) النهاية نجدها من < ⊕ > ⊖

٣) نهاية خارج قسمة اقترانين
الأصل في النهاية التعويض وجميع الاجابات مقبوله بعد التعويض
١) عدد موجب
٢) عدد سالب
٣) √ جذر تحته عدد
٤) كسر

عدد/عدد | صفر/عدد = صفر | عدد/صفر | صفر/صفر

عدد/صفر: نهاية الصورة غير موجودة
صفر/صفر: لا تقبل

نكمل الحل

تحليل ← بإحد الخمس طرق

توحيد المقامات
أشكالها

(م/ب ± جـ/د) / اقتران | اقتران / (م/ب ± جـ/د) | (م/ب ± جـ/د)(١/اقتران)

الضرب بالمرافق
أشكالها

١) (√ − عدد) / (اقتران − √)
٢) (اقتران − √) / (√ − عدد)
٣) (عدد − √) / (اقتران − √)
٤) (اقتران − √) / (عدد − √)

٤) الاتصال

أ) الاتصال بالرسم

قاعدة : لايكون الاقتران متصل عند

١) القفزات

٢) الفجوات

قاعدة : يكون الاقتران متصل عند الخطوط التي لا تحتوي على فجوات أو قفزات

ب) نقاط عدم الاتصال للاقتران

١) اقتران ليس له مقام

ق(س) = ٤س^{٢} + ٨

نقاط عدم الاتصال

∅ أو { }

٢) اقتران نسبي $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$

نقاط عدم الاتصال

اصفار المقام

ج) الاتصال عند نقطة لاقتران

مفتاح السؤال :

فابحث اتصال الاقتران عند س = أ

*خطوات الحل

١) نجد الصورة للعدد ق (أ)

٢) نجد النهاية للعدد من ⊕ ⊖

٣) المقارنة بين الصورة والنهاية

ناتج المقارنة

الصورة = النهاية	الصورة ≠ النهاية
∴ ق(أ) متصل عند س = أ	∴ ق(أ) غير متصل عند س = أ

د) نظريات الاتصال

الاتصال عند نقطة لاقترانين بينهما عملية حسابية

مفتاح السؤال :

فابحث اتصال اسم اقتران ← (ق ± هـ)(س) ، م(س) = ق(س) ± هـ(س)

(ق هـ)(س) ، ل(س) = ق(س) × هـ(س)

$\left(\frac{ق}{هـ}\right)(س)$ ، ع(س) = $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$

عند س = أ

*خطوات الحل

١) ندمج الاقترانين

٢) نجد الصورة للاقتران المدموج

٣) نجد النهاية للاقتران المدموج ⊕ ⊖

٤) المقارنة بين الصورة والنهاية

ناتج المقارنة

الصورة = النهاية	الصورة ≠ النهاية
∴ الاقتران متصل عند س = أ	∴ الاقتران غير متصل عند س = أ

مفاتيح أسئلة المجاهيل في الاتصال

١) الاقتران اسم اقتران متصلا عند س = أ فجد قيمة الثابت

الصورة = النهاية

٢) إذا كان كلاً من الاقترانين ق ، هـ متصلين وكان ق(أ) = عدد فجد هـ(أ)

ق(أ) = نهـا ق(س) = عدد

س ← أ

هـ(أ) = نهـا هـ(س) =

س ← أ

مخطط الوحدة الثانية (التفاضل)

١) معدل التغير :

مفاتيح الأسئلة

- نجد معدل التغير في الاقتران ← القانون
- نجد متوسط التغير في ق(س) ← القانون
- نجد ميل القاطع ← القانون

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$$

أو

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

- نجد السرعة المتوسطة ← $م_{\overline{ن_1 ن_2}}$
- نجد التسارع المتوسط ← $م_{\overline{ع_1 ع_2}}$

$$\frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(ن_2) - ف(ن_1)}{ن_2 - ن_1}$$

مفاتيح أسئلة

- نجد مقدار التغير في ق(س) / نجد قيمة التغير في ق(س) ← الاقتران ← القانون

$$\Delta ص = ق(س_2) - ق(س_1)$$

أو

$$\Delta ص = ص_2 - ص_1$$

- نجد مقدار التغير في س ← $\Delta س = س_2 - س_1$

* أشكال السينات

- إذا تغيرت س من $س_1$ إلى $س_2$
- الفترة $[س_1 ، س_2]$
- $(س_1 ، ص_1)$ ، $(س_2 ، ص_2)$

٢) المشتقة الأولى

رموز المشتقة : $\frac{دص}{دس}$ ، قـ(س) ، صَ ، $نهـا_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

مفتاح السؤال

- نجد قـ(س) باستخدام التعريف العام
- نجد المشتقة الأولى باستخدام التعريف العام

القانون

$$قـ(س) = نهـا_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

- الجزء الأول تستبدل مكان كل س في الاقتران (س + هـ)
- الجزء الثاني بنزل الاقتران كما هو

$$قـ(س) = نهـا_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

- الجزء الأول نستبدل مكان كل س في الاقتران (ع)
- الجزء الثاني بنزل الاقتران كما هو

* خطوات الحل :

١) كتابة القانون
٢) التعويض بالقانون
٣) فك الأقواس (الاهتمام بتوزيع السالب)
٤) الإختصار
٥) إخراج العامل المشترك

مفتاح السؤال

إذا كان ص = ق(س) وكان

مقدار التغير $\Delta ص$	معدل التغير $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$
فجد قـ(س)	فجد قـ(س)
القانون	القانون
$قـ(س) = نهـا_{هـ \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$	$قـ(س) = نهـا_{هـ \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

* أشكال الاقترانات :

١) الاقتران الثابت
٢) الاقتران الخطي
٣) الاقتران التربيعي $(س + هـ)^2 = س^2 + 2س هـ + هـ^2$
٤) الاقتران التكعيبي $(س + هـ)^3 = س^3 + 3س^2 هـ + 3س هـ^2 + هـ^3$
٥) الاقتران النسبي $\frac{أ}{ب}$

٣) قواعد الاشتقاق :

١) مشتقة الثابت = صفر
ق (س) = ٩ ← قَ(س) = صفر

٢) مشتقة س بدون قوة = معامل س
ق (س) = ٩ س ← قَ(س) = ٩

٣) مشتقة س لها قوة
ق (س) = ٩ س^{ن} ← قَ(س) = ٩ × ن س$^{ن-١}$ (+)
← قَ(س) = ٩ × -ن س$^{-ن-١}$ (-)
← قَ(س) = ٩ × $\frac{ن}{جـ}$ س$^{\frac{ن}{جـ}-جـ}$ (جذر)

٤) مشتقة مجموع اقترانين والفرق بين اقترانين
مشتقة كل حد لوحدة
ق (س) = ل(س) + هـ(س) ← قَ(س) = لَ(س) + هَ(س)
ق (س) = ل(س) − هـ(س) ← قَ(س) = لَ(س) − هَ(س)

٥) مشتقة حاصل ضرب اقترانين
ق(س) = ل(س) × هـ(س) ، ق(س) = (ل × هـ)(س)
قَ(س) = ل(س) × هَ(س) + هـ(س) × لَ(س)
(الاقتران الأول)(مشتقة الاقتران الثاني) + (الاقتران الثاني)(مشتقة الاقتران الأول)

٦) مشتقة الجذر
أ) مشتقة الجذر التربيعي √
$\frac{\text{مشتقة ما تحت الجذر}}{٢\sqrt{\text{الجذر كما هو}}}$
ق(س) = √هـ(س) ، هـ > ٠
قَ(س) = $\frac{هَ(س)}{٢\sqrt{هـ(س)}}$

ب) مشتقة الجذر غير التربيعي √^{ن}
١) بزبط $\frac{\text{الداخل}}{\text{الخارج}}$
٢) نشتقة قوة كسرية
٣) نرجعة جذر

٧) مشتقة القسمة
أ) مشتقة $\frac{\text{اقتران}}{\text{عدد}} = \frac{\text{مشتقة الاقتران}}{\text{العدد كما هو}}$
ق(س) = $\frac{هـ(س)}{٩}$ ← قَ(س) = $\frac{هَ(س)}{٩}$

ب) مشتقة $\frac{\text{عدد}}{\text{اقتران}} = \frac{\text{سالب العدد} \times \text{مشتقة الاقتران}}{(\text{الاقتران})^{٢}}$
ق(س) = $\frac{٩}{هـ(س)}$ ← قَ(س) = $\frac{-٩ \times هَ(س)}{(هـ(س))^{٢}}$

ج) مشتقة $\frac{\text{اقتران}}{\text{اقتران}} = \frac{(\text{اقتران المقام})(\text{مشتقة البسط}) - (\text{اقتران البسط})(\text{مشتقة اقتران المقام})}{(\text{اقتران المقام})^{٢}}$
ق(س) = $\frac{ل(س)}{هـ(س)}$ ← قَ(س) = $\frac{(هـ(س) \times لَ(س)) - (ل(س) \times هَ(س))}{(هـ(س))^{٢}}$

٨) مشتقة الاقترانات المثلثية
أ) جازاوية = مشتقة الزاوية جتا نسخ الزاوية ، جاق(س) = قَ(س) جتاق(س)
ب) جتازاوية = مشتقة الزاوية (-) جا نسخ الزاوية ، جتاق(س) = -قَ(س) جاق(س)
ج) ظازاوية = مشتقة الزاوية قا^{٢} نسخ الزاوية ، ظاق(س) = قَ(س) قا^{٢}ق(س)

٩) مشتقة المركب (قوس)$^{\text{قوة}}$ = القوة × (القوس كما هو)$^{\text{قوة}-١}$ × (مشتقة ما داخل القوس)
ق(س) = (هـ(س))^{ن} ← قَ(س) = ن × (هـ(س))$^{ن-١}$ × (هَ(س)
ق(س) = جا^{ن}هـ(س) ← (جاهـ(س))^{ن} ← قَ(س) = ن × (جاهـ(س))$^{ن-١}$ × (هَ(س) جتاهـ(س))
ق(س) = جتا^{ن}هـ(س) ← (جتاهـ(س))^{ن} ← قَ(س) = ن × (جتاهـ(س))$^{ن-١}$ × (-هَ(س) جاهـ(س))
ق(س) = ظا^{ن}هـ(س) ← (ظاهـ(س))^{ن} ← قَ(س) = ن × (ظاهـ(س))$^{ن-١}$ × (هَ(س) قا^{٢}هـ(س))

١٠) قاعدة السلسلة
ص = ق(ع) ، ع = هـ(س)
$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$
$\frac{دص}{دس}$ = قَ(ع) × هَ(س)
$\frac{دص}{دس}$ = (نرجع مكان الحرف الغريب قيمته) × (هَ(س))

الصدع
امتلك مستقبلك

مخطط الوحدة الثالثة (تطبيقات التفاضل)

١) التفسير الهندسي :

أ) مفتاح السؤال

- نجد ميل المماس
- نجد ميل المنحنى

* خطوات الحل :

١) نشتق ق(س)
٢) نعوض قيمة س في ق́(س)

ب) مفتاح السؤال

- جد معادلة المماس

ص - ص١ = م (س - س١)

١) نجد قيمة ص١ من تعويض قيمة س في ق(س)
٢) نجد ميل المماس نشتق ق(س) ثم نعوض قيمة س في ق́(س)
٣) معطى في السؤال

ملاحظة ← إذا كان المطلوب معادلة المماس

وذكر في السؤال بأن المنحنى يقطع محور الصادات	وذكر في السؤال بأن المنحنى يقطع محور السينات
تعني أن س = ٠	تعني أن ص = ٠

٢) التفسير الفيزيائي :

مفتاح السؤال

- جد السرعة
- جد التسارع

← بدون كلمة متوسطة

قاعدة الحل ← ف ع ت

- ف ← المسافة ← الرموز مع الجواب م
- ع ← السرعة ← م/ث
- ت ← التسارع ← م/ث٢

* خطوات الحل :

١) نكتب كلمة فعت
٢) ننسخ الاقتران المعطى
٣) نشتق و بعد ت لايوجد إشتقاق
٤) نكتب على المطلوب نجد ☐
٥) نعوض الزمن (ن) في المطلوب

- ف(ن) =
- ع(ن) =
- ت(ن) =

- ٤) ن ← معطى تعوض مباشرة في المطلوب
- بإن ← غير معطى نجدها من المساعدة ونعوضها في المطلوب

* أشكال المساعدة

١) عندما يكون تسارعة ☐ م/ث٢
٢) عندما تكون سرعتة ☐ م/ث
٣) عندما تنعدم السرعة نساوي اقتران السرعة بالصفر ع(ن) = ٠
٤) عندما ينعدم التسارع نساوي اقتران التسارع بالصفر ت(ن) = ٠

القلم إمتلك مستقبلك

٣) تطبيقات الاشتقاق:

مفتاح السؤال

فجد فترات التزايد والتناقص

من جهة الأعداد مغلقة [ ]

من جهة ∞+ ، ∞- مفتوحة ( )

مفتاح السؤال

فجد القيم القصوى المحلية

عظمى	صغرى	الحرجة
عند المرتفعات	عند المنخفضات	قيم س

* خطوات الحل:

١) نشتق ق(س) ونساويها بالصفر لنجد قيم (س) ← (الحرجة)

٢) نرسم خط أعداد ونضع عليه القيم الحرجة ويسمى قـ(س)

٣) نضع إشارات التزايد (+) والتناقص (−) على خط الأعداد ابتداء بإشارة معامل أكبر قوة لـ س ثم نعكس وللتأكد نعوض عدد أكبر من قيمة س الحرجة وعدد أقل من قيمة س الحرجة في المشتقة

٤) نرسم الخط ← الصاعد +++

الهابط ----

٥) نجد المطلوب

قاعدة: إذا كانت مشتقة الاقتران ← لجميع قيم س

أ) قـ(س) > صفر +++++++

ب) قـ(س) < صفر -------

ج) قـ(س) = صفر ثابت

← يجاد خواص التزايد والتناقص والقيم القصوى المحلية

الحرجة ، عظمى ، صغرى من الرسم

شرط ← أن نجد نوع الرسمة

أ) رسمة ق(س)

١) الحرجة قيم س عند ← المرتفعات / المنخفضات

٢) التزايد الخط الصاعد +++

التناقص الخط الهابط ----

٣) القيم القصوى المحلية

أ) عظمى عند ← المرتفعات ونجد ق(س)

ب) صغرى عند ← المنخفضات ونجد ق(س)

ب) رسمة قـ(س)

١) نحول الرسمة لخط أعداد ونضع عليه نقاط تقاطع المنحنى مع السينات

٢) الحرجة س نقاط التقاطع

٣) التزايد ← فوق خط السينات +

التناقص ← تحت خط السينات −

٤) القيم القصوى المحلية

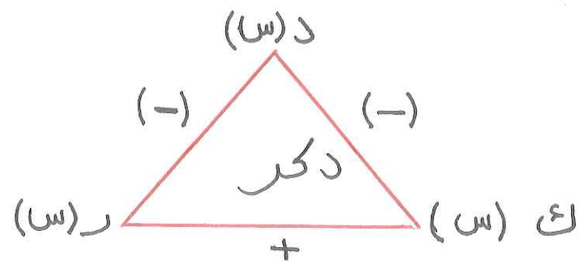
أ) عظمى

ب) صغرى ← بعد التحويل

٤) تطبيقات اقتصادية

مفتاح السؤال

- الربح الكلي ← ر(س)
- التكلفة الكلية ← ك(س)
- الايراد الكلي ← د(س)



القوانين

ر(س) = د(س) − (ك(س))

ك(س) = د(س) − (ر(س))

د(س) = ← معطى ← جاهز في السؤال

← غير معطى ← د(س) = ك(س) + ر(س)

← معطى سعر ← د = س × ع

مفتاح سؤال

← كلمة حدي ← تعني إشتق فقط

- الربح الحدي ← ر(س)
- التكلفه الحدية ← ك(س)
- الإيراد الحدي ← د(س)

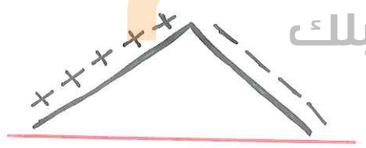
مفاتيح سؤال

الربح أكبر ما يمكن

نشتق ر(س)

نساوي بالصفر لنجد س

نرسم خط أعداد ونضع قيمة س

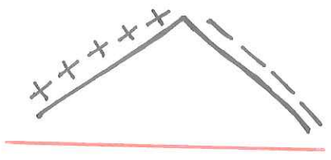


الايراد أكبر ما يمكن

نشتق د(س)

نساوي بالصفر لنجد س

نرسم خط أعداد ونضع قيمة س

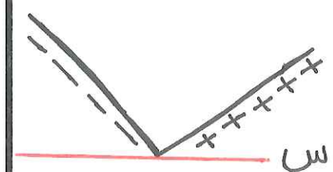


التكلفة أقل ما يمكن

نشتق ك(س)

نساوي بالصفر لنجد س

نرسم خط أعداد ونضع قيمة س



القلم
إمتلك مستقبلك