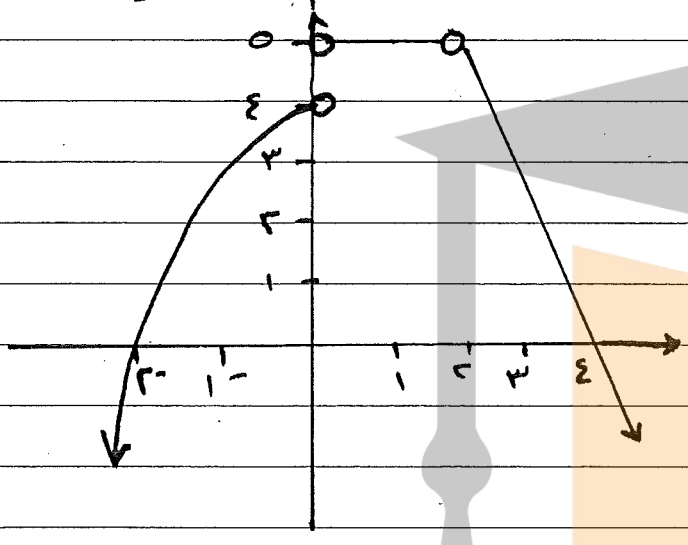
س١ وزارة 2022

رياضيات علمي - مقترح نهائي

سعد الدين البستنجي

القلم التعليمية



س١) معتمداً على الشكل المجاور اجب عما يلي.

١) $\lim_{س \to ٠} (ق(س) + ٤س)$

٢) $\lim_{س \to ٢} (\sqrt{ق(س)} - ١ - ٦س)$

س٢) اوجد $\lim_{س \to -٢^+} [-٣س]$

س٣) اذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - ٦}{س - ١} = ٨$ فاحسب $\lim_{س \to ١} \frac{س^٢ + ٢س - ٣}{ق(س) - ٦}$

منصة القلم التعليمية
AL-QALLAM EDUCATION

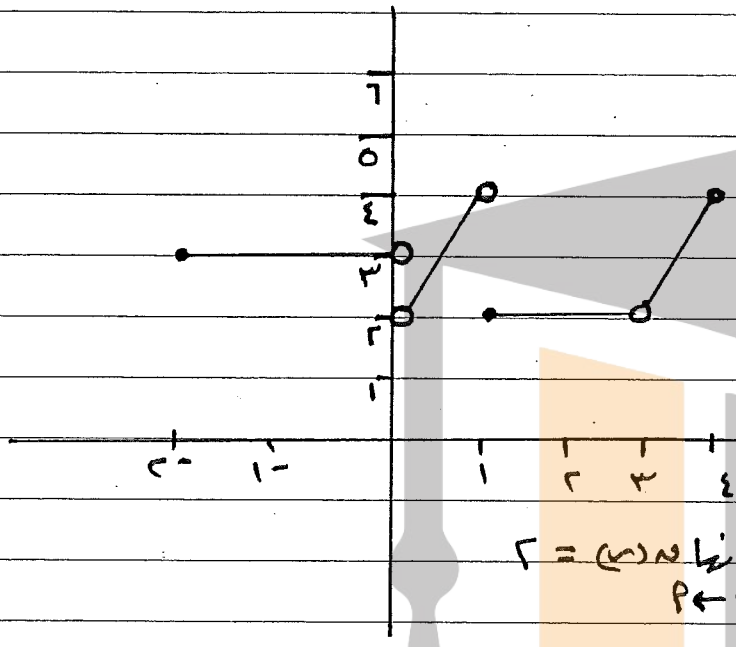
س٤

في الشكل المجاور ومثل

منحنى د(س) المعرف

على الفترة [-٢، ٤]

أجب عما يلي .



١) ما مجموعة قيم "أ" والتي تجعل نهاية د(س) = ٢
س ← أ

٢) ما مجموعة قيم أ والتي تجعل نهاية د(س) غير موجودة.
س ← أ

٣) ما مجموعة قيم س التي تكون عندها د(س) غير موجودة.

س٥ أوجد $\lim_{س \to ٢} \frac{|س^٢ - ٤س + ٤|}{س^٢ + س - ٦}$

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

س٥ أوجد ناتج النهايات التالية.

١) $\lim_{س \to \text{صفر}} \frac{١}{س} \left(١ - \frac{١}{(س+١)^{٢}} \right)$

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{١ + س^{٢}} - \sqrt{١ - س^{٢}}}{س^{٢}}$

٣) $\lim_{ص \to ١} \frac{ص - ٤\sqrt{ص} + ٣}{ص^{٢} - ١}$

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

٤) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} + ٢س + ٣}{س + ١}$

٥) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٣} - ٣س - ٢}{\sqrt{س + ٢} - ٢}$

٦) $\lim_{س \to ٢} \frac{(٨)^{س} - ٥ \times (٢)^{س+١} - ٤}{٣(٢)^{س} - ١٢}$

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

٥ ص

٧) $\lim_{س \to ٢} \frac{|٥ - (١ + ٣س)^{٣}|}{س^{٢}(س - ٢) - س + ٢}$

٨) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{١ + ٣س^{٢}} - \sqrt{٣ - ٣س^{٢}}}{\sqrt{س^{٢} - ٢س + ١} + ١ - س}$

٩) $\lim_{س \to ٨} \frac{منس^{٣}\sqrt{س} - ١٦}{س - ٨}$

القلم التعليمية
AL-QALLAM EDUCATION

١٠) $\lim_{س \to ٣} \left(\frac{س}{٩ - س^{٢}} + \frac{٣س}{س^{٣} - ٩س} \right)$

١١) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{ص\!ا س - ص\!ا ٢س}{\pi - ٢س}$

١٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{٣ ص\!ا س - ص\!ا ٢س - ٢}{س^{٢}}$

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

١٣) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٣}} \frac{٢س - \pi}{ظتاس - ظتا٣س}$

١٤) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - جتاس}{س^{٢}}$

١٥) $\lim_{س \to ٠} \frac{جاس - جا٣س}{س^{٣}}$

منصة القلم التعليمية
AL-QALLAM EDUCATION

١٦) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ - ٤}{\text{ظا}(\pi س)}$

١٧) $\lim_{س \to ٠} \frac{س^٢ \text{جتا} س + ٣ \text{جتا} س - ٣}{\text{ظا}^٢ س}$

١٨) $\lim_{س \to ٢} \frac{س \text{جا}(\pi س^٢)}{س - ٢}$

١٩) $\lim_{س \to ٢} \frac{\text{ظا}^٢ \pi س}{س^٢ - ٤ س + ٤}$

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

ج) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{ظا س - ظا س}{س - \frac{\pi}{٤}}$

٦) (P) اذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{٢س + ٩ + أس - ب}{س} = \frac{٤}{٣}$

اوجد قيمة الثابتين أ، ب ؟.

(ب) اذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{أ - جتا(ب س)}{س^{٢}} = ١٨$ جد الثابتين أ، ب

منصة القلم التعليمية
AL-QALLAM EDUCATION

س٧) (أ) إذا كانت $\lim_{س \to ٢} \left(س^{٣} ق(س) + \frac{٨}{س} \right) = ٣٦$ اثبت $\lim_{س \to ٢} \left(ق^{٣}(س) + ٢ \overline{ق(س)} \right)$

(ب) إذا كانت $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} + ب س + ب}{س - ٣} = ٨$ فأوجد الثابتين ب، ب .

س٨) اثبت اتصال $ق(س) = [س - ٢] + |س - ١٠|$ ، $س \in [٠، ٢]$ ؟

منصة القلم التعليمية
AL-QALLAM EDUCATION

ب) إذا كانت $د(س) = \begin{cases} أ س^2 + ب & ، س \leq 1 \\ \frac{1}{س} & ، س > 1 \end{cases}$

أوجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب التي تجعل $د(س)$ قابلة للاشتقاق عند $س = 1$

جـ) ما مجموعة قيم "أ" التي تجعل $د(س) = \frac{س^2 - 3}{س^2 - أس + 8}$ متصلاً على ح ؟

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

ق٩) اذا كان ق(س) = { أ س^٢ + ب ، س ≤ ٢
١٦ ، س = ٢
٣ أ س + ١٠ ، س > ٢

وكان ق(س) متصل عند س = ٢ فاوجد قيمة الثوابت أ، ب

مثال) اذا كان ق(س) = { س^٢ [س + ١] ، -١ ≤ س < ١
|٣ س - ١| س ، ١ ≤ س < ٤

ابحث اتصال ق(س) على مجاله

منصة القلم التعليمية
AL-QALLAM EDUCATION

(١١ س) (أ) اذا كان ق(س) = س^٢ هـ(س) ، هـ(س) قابل للاشتقاق
اوجد ق'(س) مستخدماً تعريف المشتقة الاولى

(ب) اذا كان ق(س) = س جا٢س اوجد ق'(س) باستخدام التعريف

منصة القلم التعليمية
AL-QALLAM EDUCATION

س ١٢ / ع) اذا كان معدل التغير في الاقتران ق(س) على الفترة [-١، ٣] يساوي (٦) وكان ق(-١) + ق(٣) = ٤
أوجد معدل التغير في الاقتران ل(س) = ق(س) + ١ على نفس الفترة.

س ١٣ / ب) اذا كان المستقيم الصادر من نقطة الأصل يقطع منحنى ق(س) في النقطتين (١، ق(١)) (٣، ٥) يصنع زاوية قياسها (١٣٥°) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات أحسب معدل التغير للاقتران ك(س) = ٢ / ق(س) في الفترة [١، ٣]

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

س١٣ ف | اذا علمت أن معدل التغير في المقدار هـ(س) على الفترة [٣، ٥] يساوي (٤) جد معدل التغير في المقدار هـ(س) = ٣س - هـ(س) على الفترة نفسها ؟ .

س١٣ ب | اذا كان معدل تغير هـ(س) في الفترة [١، ٥] يساوي ٣ ومعدل تغير هـ(س) بالفترة [١، ٥] يساوي (٢) وكان هـ(س) = س . هـ(س) اوجد هـ(١) ؟

س١٤ ف | اذا كان هـ(س) = { ٢س^٣ + ٨س ، س ≤ ٢ ; ٣س^٣ + ب ، س > ٢ }
وكان هـ(س) قابلاً للاشتقاق عند س = ٢ جد قيمة كلاً من الثابتين ا، ب ؟

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

١٤ ب | اذا كانت $ق(س) = \begin{cases} أ س^3 + ب س & ، س < 2 \\ أ س^2 + 9 ب س - 12 & ، س \geq 2 \end{cases}$

جد قيمتا أ ، ب اللتان تجعلان $ق'(2)$ موجودة ؟ .

١٥ جـ | اذا كانت $ق''(س) = حا'(\pi س) + 3 س^2$ وكانت $ق(1) = 1$ أوجد $ق(1)$

١٥ ب | اذا كانت $ل(س) = \sqrt[4]{س^2 - س + 1}$ ، $م(س) = (4س - 3)^2$

اوجد $\frac{ك}{ك س} | _{س=1} (ل(س) + م(س))$

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

س١٦ أ) إذا كان ق(س + ٧) = س^{٣} هـ(س) حيث هـ(س) = ١ + س^{٢}
أوجد ق(٢) ؟

س١٦ ب) إذا كان ق(س) = $\frac{ل(س)}{(س^{٢}+١)\,هـ(س)}$ وكان ل(١) = ٤ ، ق(١) = ٥
ل(١) = ٤ ، هـ(١) = ٢
أوجد هـ(١) ؟

س١٦ ج) إذا كان س^{٣} + ص^{٣} = ١ أثبت أن ص^{٥} ص$''$ + ٢س = صفر

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

س ١٧ / ب ٩ إذا كان ق(س) = $\sqrt{س + ١}$ ، ع(س) = $٩ س^{٣}$

وكانت (ع ∘ ق)'(٣) = ١٢ حاصية ٩ ؟ .

س ١٧ / ب ١٠ إذا كان ق(ص) = $س^{٣} + ٣ ص$ وكان ق'(٤) = ٥ أوجد $\frac{ص}{س}$ عندما س = ٣

حيث ص > ٠

س ١٧ / ب ١١ إذا كان ق(س) = $\sqrt{جاس + ٣ جاس}$ وكان هـ(٢) = $\frac{\pi}{٢}$

هـ(٢) = ٢ ، أوجد (ق ∘ هـ)'(٢)

التعليمية
AL-QALLAM EDUCATION

س ١٨ أ | اذا كان س + ص = ط ص اثبت ان ص = ٢ ص (١ + ص) ظ ص

س ١٨ ب | اذا كان ق (ص) = س^{٣} + ٢ ص وكان ق (٤) = ٥ اوجد ص (٣) حيث ص ≠ ٠

س ١٨ جـ) قذف جسم رأسيًا للأعلى من قمة برج ارتفاعه (١٦٠) م اذا كانت المسافة المقطوعة من سطح الارض تتعين بالعلاقة ف (ن) = -١٦ ن^{٢} + ٤٨ ن + ١٦٠
اوجد أ) اقصى ارتفاع وصله الجسم عن الارض ب) سرعة الجسم لحظة اصطدامه بالارض

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

س١٩ ف ٩ | أطلق جسم رأسيًا لأعلى حسب العلاقة ف(ن) = ٤٠ن - ٥ن² حيث سرعة الجسم عندما يقطع مسافة ف متر.

س١٩ ف ١٠ | يتحرك جسم حسب العلاقة ع(ن) = ٦ - ٩ / ف(ن) اذا علمت ان تسارع الجسم في اللحظة التي تنعدم فيها السرعة يساوي ٩ م/ث²، ما قيمة ٩ ؟

س١٩ ف ١١ | قذف جسم رأسيًا لأعلى وفق العلاقة ف(ن) = ٥٠ن - ٥ن² وبعد (ن) ثانية قذف جسم آخر لأعلى حسب العلاقة نفسها جد سرعة كل من الجسمين عندما يكونان على الارتفاع نفسه عن سطح الارض.

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

٢١
ص

س ٢٠) رسم من النقطة أ (٠، ٤) مماسا لمنحنى الاقتران
ق (س) = س٢ − ٣س + ك يمس في النقطتين ب، جـ فإذا كانت معادلة
المماس أ جـ هي: ص + ٥ س = ٤ جد معادلة المماس أ ب ؟ .

س ٢١) اجب ساحة المثلث المكون من المماس والعمودي على المماس لمنحنى
ق (س) = س٢ − ٦س + ٩ عند النقطة (٤، ١) ومحور الصادات ؟

منصة القلم التعليمية
AL-QALLAM EDUCATION

س٢١ / أ) أوجد جميع قيم س التي يكون المحور ص عليها مماساً لمنحنى ق(س) = س - ٤ جا٢س عندها موازياً لمحور الصادات.

س٢١ / ب) إذا كان ق(س) = س٤ |س - ٣| أوجد
أ) فترات التزايد والتناقص ب) القيم القصوى المحلية والمطلقة.

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

ص ٢٣

س ٢٢ م) اذا كانت $ق(س) = \frac{س^٢ + ١}{س}$ ، $س \neq ٠$ ، $س \in [-٢, ٢] - \{٠\}$

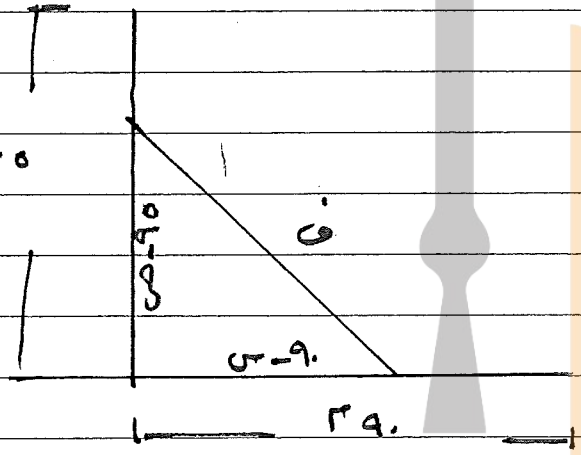
اوجد م) فترات التزايد والتناقص ب) القيم القصوى مبيناً نوعها.

س ٢٢ ن) اوجد مجالات التقعر للاقتران $ق(س) = ١ + جتا^٢ س - جتا س$ حيث $س \in [٠, ٢\pi]$.

س ٢٢ جـ) $ق(س) = س^٢(٣ - ٢س)$ اوجد خصائص الاقتران.

منصة القلم التعليمية
AL-QALLAM EDUCATION

٢٢ س ٩ | يقف رجل على بعد (٩٠) م من قاعدة سارية علم يرتفع عند مستوى سطح الأرض (٩٥) م ، بدأ الرجل بالسير نحو قاعدة السارية بسرعة ١٠ م/د وفي نفس اللحظة بدأ العلم بالهبوط بسرعة ٥ م/د ، جد معدل التغير في المسافة بين الرجل والعلم بعد ٣ دقائق .

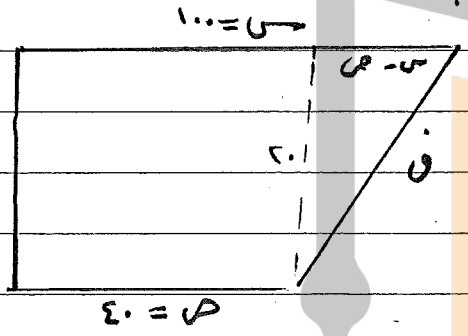


٢٣ س ٥ | مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٠ سم طولا القائمة هما س ، ص جد قيمة س ، ص بحيث يكون طول العمود المنازل من رأس الزاوية القائمة على الوتر أكبر ما يمكن .

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

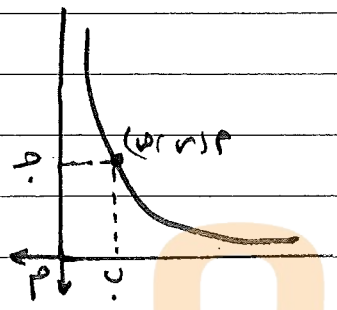
٤٤ / م

سيارتان المسافة الأفقية بينهما ٢٠م، بدأت السيارة الأولى بالحركة بسرعة ٤٠م/ث وبعد نصف ثانية بدأت السيارة الثانية بالحركة في خط مواز للسيارة الأولى وبنفس الاتجاه بسرعة ٢٠م/ث.
جد معدل التغير في المسافة بينهما بعد مرور ثانيتان من انطلاق السيارة الثانية.



٤٤ / ب

من النقطة أ(س، ص) الواقعة على المنحنى ص = $\frac{١}{س}$ ، حيث س > ٠.
رسم العمودان أب، أجـ على محوري الإحداثيات وانصادات على الترتيب.
جد بعدي المستطيل (أب م جـ) حيث م نقطة الأصل بحيث يكون محيطه أصغر ما يمكن.



منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

س٢٥ أ) أوجد أكبر حجم لأسطوانة دائرية قائمة مغلقة القاعدتين عليه صنعها من صفيحة معدنية مساحتها ٦٠٠ π سم٢؟

س٢٥ ب) جمع على شكل مخروط دائري قائم قاعدته للأعلى ورأسه للأسفل فإذا كان ارتفاع القمع يساوي ١٦ سم وطول نصف قطر قاعدته ٨ سم، صب فيه سائل بمعدل ٢ سم٣/ث فجد معدل التغير في مساحة سطح السائل عندما يكون ارتفاع السائل ٨ سم.

س٢٥ جـ) أسطوانة دائرية قائمة مغلقة القاعدتين مساحة سطحها الكلي (٣١٥٠) سم٢ جد ارتفاع وطول نصف قطر هذه الأسطوانة بحيث يكون لها أكبر حجم ممكن؟

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

س٧١) إذا كانت هـ قابلة للاشتقاق وكانت هـ(س) = ٣س٢ + ٨س ، فجد هـ(٢) .

هـ(س) ← هـ(٢س) × ٢ = ٦س + ٨ ← هـ(٢س) = ٣س + ٤

ع=١ ← هـ(٢) = ٣×١ + ٤ = ٧.

س٧٢) إذا كان ص = هـ(س٣ + س) وكانت هـ(-١٠) = ٧، فجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = -٢ ؟

$\frac{د ص}{د س}$ = هـ(س٣ + س) × (٣س٢ + ١) ← $\frac{د ص}{د س}\Big|_{س=-٢}$ = هـ(-٨-٢) × (٣(-٢)٢ + ١) = هـ(-١٠) × ١٣

= ٧ × ١٣ = ٩١.

س٧٣) إذا كان هـ(١/س) = $\frac{١}{س}$ ، فجد هـ(٨) ؟

س٧٤) إذا كان ص = $س^{م/ن}$ حيث $\frac{م}{ن}$ عدد نسبي ، فأثبت أن: $\frac{د ص}{د س} = \frac{م}{ن} س^{\frac{م}{ن}-١}$ ؟

← $ص^{ن} = س^{م}$ ← $ن ص^{ن-١} \frac{د ص}{د س} = م س^{م-١}$ ← $\frac{د ص}{د س} = \frac{م}{ن} \times \frac{س^{م-١}}{ص^{ن-١}}$

وبما أن $ص = س^{\frac{م}{ن}}$ ← $\frac{د ص}{د س} = \frac{م}{ن} \times \frac{س^{م-١}}{(س^{\frac{م}{ن}})^{ن-١}} = \frac{م}{ن} \times \frac{س^{م-١}}{س^{م-\frac{م}{ن}}}$

$= \frac{م}{ن} س^{م-١-م+\frac{م}{ن}} = \frac{م}{ن} س^{\frac{م}{ن}-١}$ #.

س٧٥) إذا كان س = ظا ص ، فأثبت أن: ص" (١+س٢) = -جا٢ص ؟

١ = ص' × ظا٢ص ← ص' = $\frac{١}{ظا^{٢}ص}$ = جتا٢ص ← ص" = ٢جتاص×-جاص × ص'

ص" = -٢جتاص جاص × $\frac{١}{ظا^{٢}ص}$ = -٢جتاص جا٢ص.

ص"(١+س٢) = -جا٢ص جتا٢ص (١ + ظا٢ص).

= -جا٢ص جتا٢ص × ظا٢ص

= -جا٢ص جتا٢ص × $\frac{١}{جتا^{٢}ص}$ = -جا٢ص #.

إعداد: م. محمد أمين البستنجي

س٢٢) إذا كان س = ظا ص ، فأثبت أنّ : ح'' (١ + س٢) = - جا (٢ ص).

الحل) س = ظا ص ← ١ = ق٢ ص × ح' ← ح' = $\frac{١}{ق^{٢}ص}$ = جتا٢ ص.

∴ ح' = جتا٢ ص ← ح'' = ٢ جتا ص × - جا ص × جتا٢ ص = -٢ جا ص جتا ص جتا٢ ص

∴ ح'' = - جا ٢ ص جتا٢ ص ← ح'' (١ + س٢) = - جا ٢ ص جتا٢ ص (١ + ظا٢ ص)

= - جا ٢ ص جتا٢ ص × ق٢ ص = - جا ٢ ص جتا٢ ص × $\frac{١}{جتا^{٢}ص}$ = - جا ٢ ص. #

س٢٣) إذا كانت ص = $\sqrt{٤ + ٣ جا س}$ ، فأثبت أنّ: ٢ ص ص'' + ٢ (ص')٢ + ص٢ = ٤ .

الحل) ص = $\sqrt{٤ + ٣ جا س}$ ← ص' = $\frac{٣ جتا س}{٢\sqrt{٤ + ٣ جا س}}$ ← ص'' = $\frac{٢\sqrt{٤+٣جاس} \times -٣حاس - ٣جتاس \times \frac{٣جتاس}{٢\sqrt{٤+٣جاس}}}{٤(٤ + ٣ جا س)}$

ص'' = $\frac{-٦ جا س \sqrt{٤ + ٣ جا س} - \frac{٩ جتا٢ س}{\sqrt{٤ + ٣ جا س}}}{٤ (٤ + ٣ جا س)}$ = $\frac{-٦ حا س (٤ + ٣ جا س) - ٩ جتا٢ س}{٤ (٤ + ٣ جا س) \sqrt{٤ + ٣ جا س}}$

٢ ص ص'' + ٢ (ص')٢ + ص٢ = ؟ ٤

$٢\sqrt{٤ + ٣ جا س} \times \frac{-٦ جا س (٤ + ٣ جا س) - ٩ جتا٢ س}{٤ (٤ + ٣ جا س) \sqrt{٤ + ٣ جا س}} + ٢ \left(\frac{٣ جتا س}{٢\sqrt{٤ + ٣ جا س}}\right)^{٢} + \sqrt{٤ + ٣ جا س}^{٢}$.

= $\frac{-١٢ جا س (٤ + ٣ جا س) - ١٨ جتا٢ س}{٤ (٤ + ٣ جا س)} + ٢ \times \frac{٩ جتا٢ س}{٤ (٤ + ٣ جا س)} + ٤ + ٣ جا س$.

= $\frac{-٤٨ جا س - ٣٦}{٤ (٤ + ٣ جا س)} = \frac{١٦}{٤} \frac{(٣ جا س + ٤)}{(٤ + ٣ جا س)} = \frac{١٦}{٤} = ٤$. #

س٢٤) إذا كان ل (س) = $\sqrt[٤]{(س٤ - س + ١)^{٣}}$ ، وكان هـ (١) = -٤ ، هـ' (١) = ٢ ، أوجد $\left(\frac{هـ}{ل}\right)'$ (١)

$\left(\frac{هـ}{ل}\right)'$ (١) = $\frac{ل(١) هـ'(١) - هـ(١) \times ل'(١)}{(ل(١))^{٢}}$ = $\frac{٢ ل(١) + ٤ ل'(١)}{١}$ = $\frac{٢ \times ١ + ٤ \times \frac{٣}{٤}}{١}$ = ٥

س٢٥) إذا كان هـ (س) = $\sqrt{س - ٣} + ١$ ، أوجد هـ' (س) بالتعريف ؟

إعداد الهندسة
سعد الدين المستجير
٠٧٩٥٤٢٠٥٤٢

منصة العلم التعليمية AL-OALLAM EDUCATION

س٦٦) إذا كان $م(س) = أ$ جا $س$ حيث $أ \neq 0$ ، $هـ(س) = \frac{٣س}{س^٤ + ١}$ ،
وكان $(هـ \circ م)'(\frac{\pi}{٦}) =$ صفر، أوجد مجموعة قيم $أ$ ؟

$(هـ \circ م)'(س) = هـ'(م(س)) \times م'(س)$

$هـ'(س) = \frac{(س^٤ + ١)(٣) - (٣س)(٤س^٣)}{(س^٤ + ١)^٢} = \frac{٣ - ٣س^٤}{(س^٤ + ١)^٢}$

$م'(س) = أ$ جتا $س$.

$(هـ \circ م)'(\frac{\pi}{٦}) = هـ'(م(\frac{\pi}{٦})) \times م'(\frac{\pi}{٦}) = هـ'(\frac{١}{٢}) \times \frac{أ\sqrt{٣}}{٢}$

$= \frac{\frac{٣}{٤}أ^٢ + ٣}{(\frac{أ^٣}{٤} + ١)^٢} \times \frac{أ\sqrt{٣}}{٢}$ ⟸ $أ = \pm ٢$.

س٦٧) إذا كانت $هـ(س) = \sqrt[٥]{س^٣ - ٤س + ١}$ ، $م(٢) = ٣$ ، $م'(٢) = -١$ ، وكان
$ل(س) = هـ(س) م(س)$ ، أوجد $ل'(٢)$.

$هـ(س) = (س^٣ - ٤س + ١)^{\frac{١}{٥}}$ ⟸ $هـ'(س) = \frac{١}{٥}(س^٣ - ٤س + ١)^{-\frac{٤}{٥}} \times (٣س^٢ - ٤)$.

$ل(س) = هـ(س) م(س)$ ⟸ $ل'(س) = هـ(س) م'(س) + م(س) \times هـ'(س)$

$ل'(٢) = هـ(٢) \times م'(٢) + م(٢) \times هـ'(٢) = ١ \times -١ + ٣ \times \frac{٨}{٥} = \frac{٩}{٥}$.

س٦٨) إذا كان $م(س) = ٢$ ظتا $س$، $هـ(س) = أ س (س^٤ - ٣)^٣$ وكان $(هـ \circ م)'(\frac{\pi}{٤}) = ٥٠$،
فما قيمة $أ$ ؟

$(هـ \circ م)'(س) = هـ'(م(س)) \times م'(س)$

$(هـ \circ م)'(\frac{\pi}{٤}) = هـ'(م(\frac{\pi}{٤})) \times م'(\frac{\pi}{٤})$

$هـ'(س) = أ س (٣(س^٤ - ٣)^٢ (س)) + (س^٤ - ٣)^٣ (أ)$ ، $هـ'(٢) = ٥٢٥أ$.

$م'(س) = -٢$ قتا$^٢ س$ ⟸ $م'(\frac{\pi}{٤}) = -٢ \times ٢ = -٤$.

$(هـ \circ م)'(\frac{\pi}{٤}) = ٥٢٥أ \times -٤ = -٥$ ⟸ $أ = -\frac{١}{٥٢٥}$.

س٦٩) إذا كان جا $ص$ = ظا $س$ ، أثبت أن ظا $ص$ = $\frac{هـ''}{٢قا^٢ س + (هـ')^٢}$.

جا $ص$ $هـ' = قا^٢ س$ ⟸ جتا $ص$ $هـ' -$ (جا $ص$ $هـ'$) $\times هـ'' = ٢قا^٢ س$ ظا $س$.

$هـ'' -$ ظا $ص$ $(هـ')^٢ = ٢قا^٢ س$ ظا $ص$ ⟸ $هـ'' = ٢قا^٢ س$ ظا $ص + $ ظا $ص$ $(هـ')^٢$

⟸ $هـ'' =$ ظا $ص$ $(٢قا^٢ س + (هـ')^٢)$ ⟸ ظا $ص = \frac{هـ''}{٢قا^٢ س + (هـ')^٢}$ #.

إعداد: م. سهيل أبو السعود
منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

س٩٠) إذا كان س + ص = جا ص ، أثبت أن: (ص')^٢ = ص'' (ظتا ص - تتا ص) ؟

١ + ص' = جتا ص ص' ⇐ ص'' = جتا ص ص'' + ص' (+ جا ص) ص'

⇐ ص'' = جتا ص ص'' + جا ص (ص')^٢ ⇐ (ص')^٢ جا ص = ص'' جتا ص - ص'' = ص'' (جتا ص - ١)

⇐ (ص')^٢ = $\frac{ص''\ (جتا\ ص - ١)}{جا\ ص}$ = ص'' (ظتا ص - تتا ص) ✱.

س٩١) إذا كان ص - س = جتا ص ، أثبت أن (ص')^٢ = - ص'' (تا ص + ظا ص)

ص' - ١ = - جا ص ص' ⇐ ص'' = (- جا ص) ص'' + ص' (- جتا ص) ص'

ص'' = - ص'' جا ص - جتا ص ص'^٢ ⇐ ص'' + ص'' جا ص = - جتا ص ص'^٢

⇐ ص'' (١ + جا ص) = - ص'^٢ جتا ص ⇐ (ص')^٢ = $\frac{ص''\ (١ + جا\ ص)}{جتا\ ص}$

⇐ (ص')^٢ = ص'' (جا ص + ظا ص) . ✱

س٩٢) إذا كان ص - س ص = جا س ، أثبت أنه ص'' + ص = $\frac{٢\ ص'}{١ - س}$.

ص' - (س ص' + ص) = جتا س ← ص' - س ص' - ص = جتا س ←

ص'' - (س ص'' + ص') - ص' = - جا س ← ص'' - س ص'' - ٢ ص' = - جا س.

← ص'' (١ - س) - ٢ ص' = س ص - ص = ص (س - ١).

← ص'' (١ - س) - ٢ ص' = ص' (س - ١) ⇐ ص'' = $\frac{٢\ ص'}{١ - س}$ = - ص ⇐ ص'' + ص = $\frac{٢\ ص'}{١ - س}$. ✱

س٩٣) إذا كان جتا ص - س ص = ٢ س ، أثبت أنه ص'' (س + جا ص) + ص' (٢ + ص' جا ص) = صفر ؟

جتا ص - س ص = ٢ س ← - جا ص ص' - (س ص' + ص) = ٢ ← - ص' جا ص = س ص' + ص + ٢

← - ص جتا ص ص' + جا ص ص'' - ص'' = س ص'' + ص' + ص' ⇐ (- (ص')^٢ جتا ص - ص'' جا ص =

س ص'' + ص' + ص' ⇐ ∴ - ص'^٢ - ص'' جا ص = س ص'' + ٢ ص' . ✱

س٩٤) إذا كانت س ص - ٣ ص = ٧ س + ١٥ ، أثبت أنه (س - ٣) ص'' + ٢ ص' = ٠ ؟

س ص' + ص - ٣ ص' = ٧ ⇐ (س - ٣) ص' + ص = ٧ ⇐ (س - ٣) ص'' + ص' + ص' = ٠

⇐ (س - ٣) ص'' + ٢ ص' = صفر. ✱

اعداد المهندس صدام الدين البستنجي
٠٧٩٥٤٢٠٥٤٢

منصة العلم التعليمية AL-OALLAM EDUCATION

س٩٥) إذا كانت هـ(س) = $\frac{1}{1+س^2}$ ، هـ(س) = ظا س ، أثبت أنّ (هـ ○ هـ)'(س) = 1 ؟

(هـ ○ هـ)'(س) = هـ'(هـ(س)) × هـ'(س) = هـ'(ظا س) (قا² س)

= $\frac{1}{1+ظا^2 س}$ × قا² س = $\frac{1}{قا^2 س}$ × قا² س = 1.

سعد الدين البستنجي

س٩٦) إذا كانت س = ظتا ٢ص ، أثبت أنّ ص'' = −ص جا٤ ص ؟

1 = −٢ قتا² ٢ص × ص' ← ص' = $\frac{1}{-٢ قتا^2 ٢ص}$ = −$\frac{1}{٢}$ جا² ٢ص

← ص'' = −٢ جا ٢ص جتا ٢ص ص' = ص'' ← ص'' = − ص' جا٤ ص.

س٩٧) جد النقط التي يكون عندها المماس لمنحنى العلاقة ٩ س² + ١٦ ص² = ٥٢ ، موازيًا المستقيم ٩ س − ٨ ص = ١ ، ثم جد معادلة المماس عند تلك النقطة.

نفرض النقطة (س١ ، ص١) هي نقطة تماس فيكون ميل المماس عندها هو م المماس حيث

م المماس = $\frac{د ص}{د س}$ | ← نشتق ضمنيًا ← ١٨ س + ٣٢ ص $\frac{د ص}{د س}$ = ٠

(س١ ، ص١)

← $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{-٩ س}{١٦ ص}$ ← م المماس = $\frac{-٩ س_١}{١٦ ص_١}$.

ولأنّ المماس يوازي المستقيم ٩ س − ٨ ص = ١ ← فإنّ م المماس = م المستقيم = $\frac{٩}{٨}$

← $\frac{-٩ س_١}{١٦ ص_١}$ = $\frac{٩}{٨}$ ← س١ = −٢ ص١ ---(١)

نعوض في المعادلة ← ٣٦ ص١² + ١٦ ص١² = ٥٢ ← ص١ = ±١ ←

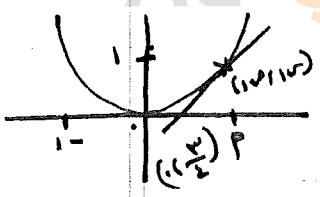
عندما ص١ = ١ ← س١ = −٢ ، عندما ص١ = −١ ← س١ = ٢

∴ نقط التماس هي (−٢ ، ١) ، (٢ ، −١).

∴ معادلة المماس لمنحنى العلاقة عند النقطة (−٢ ، ١) هي : ص = $\frac{٩}{٨}$ س + $\frac{١٣}{٤}$

= = = = = = (٢ ، −١) هي : ص = $\frac{٩}{٨}$ س − $\frac{٥}{٤}$

س٩٨) بيّن أنّ لمنحنى الاقتران هـ(س) = س٤ مماسين مرسومين من النقطة P (٣/٤ ، ٠) التي لا تقع عليه.



نفرض النقطة (س١ ، ص١) نقطة تماس تقع على هـ ← ص١ = س١٤ .

وكذلك م المماس | = هـ'(س١) = ٤ س١٣

س١ = س١

← م المماس = $\frac{ص_١ - ص_٢}{س_١ - س_٢}$ = $\frac{ص_١}{س_١ - \frac{٣}{٤}}$ ← ٤ س١٣ = $\frac{س_١^4}{س_١ - \frac{٣}{٤}}$

← ٣ س١٤ − ٣ س١٣ = ٠

٣ س١٣ (س١ − ١) = ٠ ← س١ = ٠ ← ص١ = ٠ ومعادلة المماس هي ص = ٠ (محور السينات)

وكذلك س١ = ١ ، ص١ = ١ ومعادلة المماس هي : ص = ٤ س − ٣.

س١٠٣) أسقط جسم من ارتفاع (١٠٠) متر عن سطح الأرض سقوطاً حراً حيث ف١(ن) = ٥ن٢ ، وفي اللحظة نفسها قذف جسم من سطح الأرض للأعلى حيث أن المسافة التي يقطعها هي ف٢(ن) = ١٠٠ ن - ٥ن٢ ، جد سرعة كل من الجسمين عندما يكون بعدهما الارتفاع نفسه عن سطح الأرض ؟

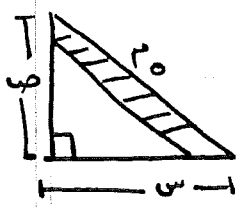
يكون للجسمين ع نفس البعد عن سطح الأرض عندما يكون ف١(ن) + ف٢(ن) = ١٠٠ م .

٥ن٢ + ١٠٠ ن - ٥ن٢ = ١٠٠ ← ١٠٠ ن = ١٠٠ ← ن = ١ .

ع١ = ف١َ(ن) = ١٠ن ← ف١َ(٢) = ١٠ × ٢ = ٢٠ م/ث .

ع٢ = ف٢َ(ن) = ١٠٠ - ١٠ن ← ف٢َ(٢) = ١٠٠ - (١٠ × ٢) = ٨٠ م/ث .

س١٠٤) سلّم طوله ٥ م يرتكز طرفه العلوي على حائط عمودي ، وطرفه السفلي على أرض أفقية ، إذا انزلق الطرف السفلي مبتعداً عن الحائط بمعدل ٣ م/ث ، فجد سرعة انخفاض الطرف العلوي للسلّم عندما يكون طرفه السفلي على بعد ٤ م عن الحائط؟



$\frac{د ص}{د ن}$ = ٣ م/ث .

المطلوب $\frac{د ص}{د ن}$ عندما س = ٤ .

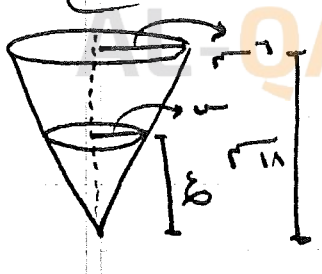
س٢ + ص٢ = ٢٥ ← ٢س $\frac{د س}{د ن}$ + ٢ص $\frac{د ص}{د ن}$ = ٠ ←

$\frac{د ص}{د ن}$ = $-\frac{س}{ص}$ × $\frac{د س}{د ن}$ ← نلزمنا معرفة ص عندما س = ٤ .

← (٤)٢ + (ص)٢ = ٢٥ ← ص = ٣ ، ص = -٣ ← تُهمل لأنها بعد.

$\frac{د ص}{د ن}$ $\Big|_{س=٤}$ = $-\frac{٤}{٣}$ × ٣ = -٤ م/ث ، أي أن الطرف السفلي يقترب من الأرض بمعدل ٤ م/ث .

س١٠٥) إناء مخروطي الشكل قاعدته أفقية رأسه إلى أسفل ، يُسكب فيه الماء بمعدل ٢٠ سم٣/ث ، فإذا طول قطر قاعدة الإناء يساوي ١٢ سم ، وارتفاعه ١٨ سم ، جد معدل التغير لارتفاع الماء في الإناء عندما يصبح ارتفاع الماء فيه ١٠ سم .



$\frac{د ح}{د ن}$ = ٢٠ سم٣/ث ، المطلوب $\frac{د ع}{د ن}$ | ع = ١٠

ح = $\frac{١}{٣}$ π س٢ ع ، س ، ع مرتبطان بالتشابه ← $\frac{س}{ع}$ = $\frac{٦}{١٨}$ ← س = $\frac{١}{٣}$ ع

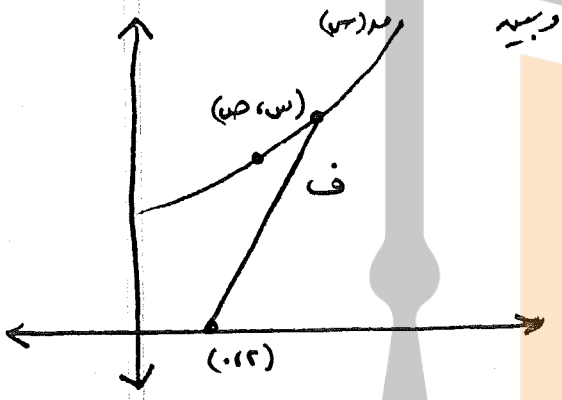
ح = $\frac{١}{٣}$ π ($\frac{١}{٣}$ ع)٢ ع = $\frac{١}{٢٧}$ π ع٣

$\frac{د ح}{د ن}$ = $\frac{٣}{٢٧}$ × π × ع٢ × $\frac{د ع}{د ن}$ ← ٢٠ = $\frac{١}{٩}$ × π × ١٠٠ × $\frac{د ع}{د ن}$ ← $\frac{د ع}{د ن}$ = $\frac{١٨٠}{١٠٠ \pi}$ = $\frac{٩}{٥ \pi}$ سم/ث

∴ ← $\frac{د ع}{د ن}$ = $\frac{٢٠ \times ٩}{١٠٠ \pi}$ = $\frac{١٨٠}{١٠٠ \pi}$ = $\frac{٩}{٥ \pi}$ سم/ث ، أي أن ارتفاع الماء يتزايد في الإناء بمعدل $\frac{٩}{٥ \pi}$ سم/ث .

س١٦) تتحرك نقطة على منحنى الاقتران ن(س) = $\sqrt{س^2 + 5}$ ، بحيث يزداد الإحداثي السيني بمعدل ٣ سم/ث ، جد معدل تغير البعد بينها وبين النقطة (٢، ٠) عندما تكون س = ٥ ؟

نفرض (س، ص) تقع على منحنى ن وأن المسافة بينها وبين النقطة (٢، ٠) هي ف .



$\frac{د س}{د ن}$ = ٣ سم/ث ، $\frac{د ف}{د ن}\Big|_{ن=٥}$.

ف = $\sqrt{(ص_2 - ص_1)^2 + (س_2 - س_1)^2}$

ف = $\sqrt{(ص - ٠)^2 + (س - ٢)^2}$

ص = ن(س) = $\sqrt{س^2 + 5}$

ف = $\sqrt{س^2 + 5 + (س - ٢)^2}$

$\frac{د ف}{د ن} = \frac{٢(س - ٢)\frac{د س}{د ن} + ٢ س \frac{د س}{د ن}}{٢\sqrt{س^2 + 5 + (س - ٢)^2}}$

$\frac{د ف}{د ن}\Big|_{ن=٥} = \frac{٣ \times ٣ + ٣ \times ٥}{٢\sqrt{٩ + ٥ + ٢٥}} = \frac{٢٤}{٣٩}$ سم/ث .

س١٧) في مثلث قائم الزاوية ، إذا كان طولا الضلعين المقابل والمجاور للزاوية الحادة هـ في اللحظة ن هما ص، س على التوالي ، وإذا كان معدل تزايد س هو ١ سم/ث ، ومعدل تناقص ص هو ٠٫٢٥ سم/ث ، فجد سرعة تغير الزاوية هـ في اللحظة التي يتساوى فيها ضلعاه س، ص ، حيث س = ٢ سم .

نفرض أن هـ زاوية حادة في اللحظة ن .

$\frac{د س}{د ن}$ = ١ سم/ث ، $\frac{د ص}{د ن}$ = -٠٫٢٥ سم/ث .

المطلوب : $\frac{د هـ}{د ن}$ عندما س = ص = ٢ سم .

ظا هـ = $\frac{ص}{س}$ ← قا^2 هـ $\frac{د هـ}{د ن} = \frac{س \frac{د ص}{د ن} - ص \frac{د س}{د ن}}{س^2}$

عندما س = ص = ٢ ← يصبح المثلث قائماً ومتساوي الساقين ، هـ = $\frac{\pi}{4}$.

← قا هـ = $\sqrt{2}$ ← $\frac{د هـ}{د ن} = \frac{٢ \times -٠٫٢٥ - ١ \times ٢}{(\sqrt{2})^2 \times ٢}$

← $\frac{د هـ}{د ن} = -\frac{٥}{١٦}$ راديان/ث .

إعداد مؤسسة سلمين التعليمية
منحة
التعليمية
AL-SALAM EDUCATION

اعداد المهندس سعد الدين البستنجي

س١٠٨) تتمدد أضلاع مثلث متساوي الأضلاع بمعدل ٢سم/دقيقة ، رسمت دائرة داخل المثلث تمس اضلاعه وأخذت تتمدد مع المثلث ، جد معدل تمدد مساحة المنطقة المحصورة بين المثلث والدائرة ، عندما يكون طول ضلع المثلث ١٢ سم.

نفرض س طول ضلع Δ أ ب جـ في اللحظة ن.

$\frac{د س}{د ن}$ = ٢ سم/د ، $\frac{د م}{د ن}$ عندما س = ١٢ سم ؟

م = ١٢ - م٢

م = $\frac{١}{٢}$ س × جا٦٠ × ٢ - π نق٢ = $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ س٢ - π نق٢

ولكن ظا ٣٠ = $\frac{نق}{ب د}$ = $\frac{نق}{٥,٠ س}$ ← نق = $\frac{س}{٢\sqrt{٣}}$ ← نق٢ = $\frac{س٢}{١٢}$.

∴ م = $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ س٢ - $\frac{π س٢}{١٢}$

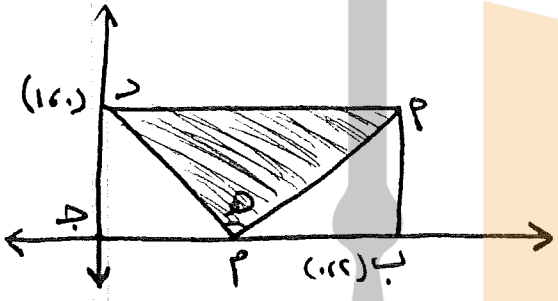
$\frac{د م}{د ن}$ = ($\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ - $\frac{π}{١٢}$) × ٢ س × $\frac{د س}{د ن}$.

$\frac{د م}{د ن}$ $\Big|_{س=١٢}$ = $\frac{١٢\sqrt{٣} - ٤٨π}{٤٨}$ × ٢ × ١٢ × ٢ = ١٢$\sqrt{٣}$ - ٤π سم٢/د .

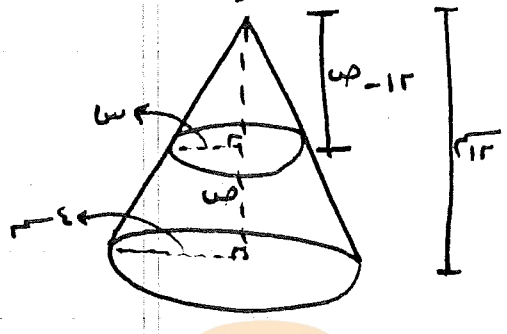
س١٠٩) بدأت النقطتان ب ، جـ الحركة معًا من نقطة الأصل (م) بحيث تتحرك النقطة ب على محور السينات الموجب، مبتعدة عن نقطة الأصل بسرعة ٤ وحدات/ث ، وتتحرك النقطة جـ في الربع الأول وعلى منحنى الاقتران ق(س) = $\sqrt{س}$ ، بحيث يبقى $(ب جـ)^٢$ دائمًا طول م جـ يساوي طول ب جـ ؟

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

س١١٩) يمثل الشكل المستطيل أ ب جـ د، حيث ب (٠،٢٢)، د (١٦٠)، إذا انزحت النقطة م على الضلع ب جـ، وعلى بعد س سم من نقطة الأصل جـ، ورصل م أ، م د فتكونت الزاوية المتغيرة هـ، جد قيمة س التي تجعل هـ في نهايتها العظمى.



س١٢٠) جد حجم أكبر مخروط دائري قائم يمكن رسمه داخل مخروط دائري قائم نصف قطر قاعدته ٤ سم، وارتفاعه ١٢ سم، بحيث يقع رأس المخروط الداخلي على مركز قاعدة المخروط الخارجي؟



المعطيات: لقاعدة المخروط الخارجي ٤ سم، ع = ١٢ سم.

المطلوب: ح أكبر مخروط.

ح = $\frac{1}{3}$ π نق^2 ع ← ح = $\frac{1}{3}$ π س^2 × ص.

س تشابه المثلثات ← $\frac{س}{١٢-ص} = \frac{٤}{١٢}$

← ٣ س = ١٢ - ص ← ص = ١٢ - ٣ س.

ح (س) = $\frac{1}{3}$ π س^2 (١٢ - ٣ س) = $\frac{\pi}{3}$ (١٢ س^2 - ٣ س^3).

ح$'$ (س) = $\frac{\pi}{3}$ (٢٤ س - ٩ س^2) ← ح$'$ (س) = ٠ عندما ٢٤ س - ٩ س^2 = ٠

، عندما س = ٠، س = $\frac{٨}{٣}$. و ح$''$ (س) = $\frac{\pi}{3}$ (٢٤ - ١٨ س) ← ح$''$ (٠) = $\frac{٢٤\pi}{٣}$ > ٠

ح$''$ ($\frac{٨}{٣}$) = $-\frac{٢٤\pi}{٣}$ < ٠ ← قد له قيمة عظمى محلية عند س = $\frac{٨}{٣}$.

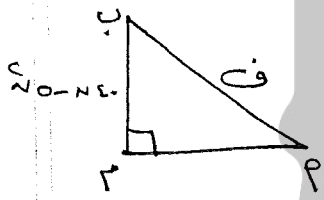
أي أنه أكبر حجم للمخروط عندما تكون س = $\frac{٨}{٣}$.

وعليه حجم المخروط = ح = $\frac{\pi}{3}$ × ($\frac{٨}{٣}$)^2 × ٤

= $\frac{٢٥٦\pi}{٢٧}$ سم^3.

م. محمد الأمين لبيض ٠٧٩٥٤٠٥٤٤٢

س١٢٣) تقع النقطة (م) على أرض أفقية، تحركت كرتان م، ب ∈ (م) حيث انطلقت الكرة (م) في خط مستقيم على الأرض الأفقية بسرعة ثابتة مقدارها ١٥ م/ث وقذفت الكرة (ب) رأسياً للأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها ٤٠ م/ث وكان ارتفاعها (ص) بالأمتار بعد ن ثانية يُعطى بالعلاقة ص = ٤٠ن − ٥ن²، أوجد معدل التغير في المسافة بين الكرتين م، ب عندما تصل ب إلى أقصى ارتفاع.



عند أقصى ارتفاع ⟸ ع(ن) = ٠ ⟸ ٤٠ − ١٠ن = ٠ ⟸ ن = ٤

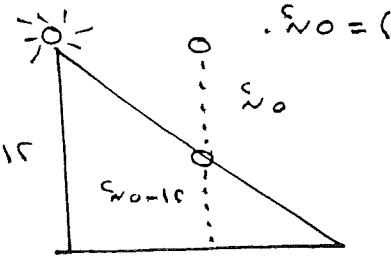
س = ١٥ × ٤ = ٦٠

ف² = س² + (٤٠ن − ٥ن²)²

ف = √(س² + (٤٠ن − ٥ن²)²)

$\frac{df}{dn} = \frac{2s\frac{ds}{dn} + 2(40n-5n^2)(40-10n)}{2\sqrt{s^2+(40n-5n^2)^2}}$ ⟸ $= \frac{(40-10n)(40n-5n^2)}{\sqrt{s^2+(40n-5n^2)^2}} = 90$ م/ث.

س١٢٤) يرتفع مصباح عمودياً ١٢ م عن سطح الأرض فقطت كرة من السكون على بعد ١٠ م عن المصباح وعلى نفس ارتفاعه أوجد سرعة تغير ظل الكرة على الأرض بعد ثانية من السقوط إذا ظلت حركتها تتبع العلاقة ف(ن) = ٥ن².



$\frac{12}{10+s} = \frac{12-5n^2}{s}$ تشابه مثلثات

١٢س = (س + ١٠)(١٢ − ٥ن²)

(س)(٥ن²) = ١٢٠ − ١٠٠ن²

$s = \frac{120}{5n^2} - 10$

$\frac{ds}{dn} = \frac{-96}{n^2} = \frac{-96}{1} = -96$ م/ث.

س١٢٥) أوجد أقل ميل للمماسات لمنحنى ص = $\frac{1}{3}س^3 - 3س^2 + 2$ ؟

عندما ص'(س) = ٠ ⟵ س² − ٦س = ٠ ⟵ س = ٣ ∴ أقل ميل ص = ٩ − ١٨ = −٩

(قيم مقبولة)

س١٢٦) يتحرك جسم على خط بحسب العلاقة ف(ن) = $\frac{1}{4}ن^4 - 2ن^3 + 12ن + 11$، أوجد أقل تسارع لحركة الجسم؟

ع(ن) = ٣ن² − ٦ن + ٠

ت(ن) = ٦ن − ١٢

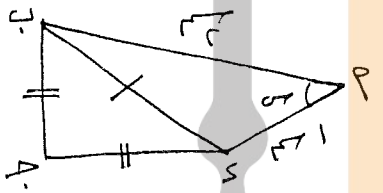
ت'(ن) = ٦ن − ١٢ = ٠

ن = ٢

أقل تسارع عندما ن = ٢ ⟵ ت(٢) = ١٢ − ١٢ = −١٢ م/ث².

أعداد الهندسي سعيد بن ناصر المسعودي

س١٣١) الشكل الرباعي م ب جـ د فيه الضلع (م ب) ثابت وطوله ٢ سم وفيه م د ذو طول ثابت قدره ١ سم، إلا أنه وصف متحول يمكنه أن يدور في مستوى الشكل حول نقطة م ويصنع مع الضلع الثابت م ب زاوية قدرها س أمّا الزاوية د جـ ب فهي قائمة والضلعان جـ د، جـ ب متساويان دومًا، جد قيمة س التي تجعل مساحة الشكل الرباعي أكبر ما يمكن.



$(ب د)^2 = ص^2 + ص^2 = 2ص^2$

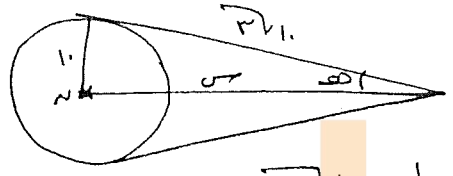
$(ب د)^2 = 1 + 4 - 4$ جتا س $\Leftarrow (ب د)^2 = 5 - 4$ جتا س $\Leftarrow$

$2ص^2 = 5 - 4$ جتا س $\Leftarrow ص^2 = \frac{5}{2} -$ جتا س.

م = م $_{\Delta ب م د}$ + م $_{\Delta د جـ ب}$ = $\frac{1}{2} \times ص^2 \times$ جا س + $\frac{1}{2} \times 2 \times 1 \times$ جا $(180 - س)$ $\Leftarrow$ $\frac{5}{2}$ = جتا س + جا س

م′ = جا س + جتا س = ٠ $\Leftarrow$ ظا س = $-1 \Leftarrow$ س = ١٣٥°.

س١٣٢) دائرة مركزها ن ونصف قطرها ١٠ سم، النقطة م تقع خارجها وبعدها ٢٦ سم عن ن وهما م أ، م ب لمساتها في أ، ب يحصران بينهما الزاوية أ م ب، بدأت النقطة م بالاقتراب من الدائرة بحيث تزداد الزاوية أ م ب بمعدل ٣٦°/د فما معدل اقتراب النقطة م من مركز الدائرة في اللحظة التي يكون فيها طولي المماسين = ١٠ $\sqrt{3}$ سم.



٣٦° = $\frac{\pi \times 36}{180}$ راديان/د

$\frac{ك هـ}{ك ن} = \frac{ن أ}{ن م} = \frac{10}{26}$

جا هـ = $\frac{10}{س}$ $\Leftarrow$ جتا هـ $\frac{ك هـ}{ك ن} = \frac{10}{س} \times \frac{ك س}{ك ن}$

جتا $30 \times \frac{\pi}{10} = \frac{10}{(-س)^2} \times \frac{ك س}{ك ن}$

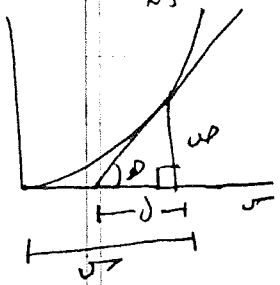
$\frac{ك س}{ك ن} = -3\pi$ سم/د

ل = $10\sqrt{3}$ هـ

ظا هـ = $\frac{10}{10\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

هـ = ٣٠° $\Leftarrow$ جا هـ = $\frac{10}{س} \Leftarrow$ س = ٢٠ سم

س١٣٣) نقطة مادية تتحرك من نقطة الأصل وعلى منحنى ص = $\frac{1}{4}$ س^2 في الربع الأول، أوجد معدل التغير في مساحة المثلث المكون من العمود المنصف لمحور السينات والعمود النازل من نقطة التماس على محور السينات علمًا بأن $\frac{ك س}{ك ن}$ = ٤ سم/ث عندما ك = ٢



ص = س

ظا هـ = $\frac{ص}{ل} \Leftarrow ل = \frac{2}{3}$

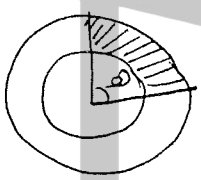
$ن = س - \frac{ص}{ل}$

م = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

= $\frac{1}{2} ل \times ص = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times ص^2 = \frac{1}{4} س^3$

$\frac{ك م}{ك ن} = \frac{3}{4} س^2 \times \frac{ك س}{ك ن} = \frac{3}{4} \times 16 \times 4 = 12$ سم^2/د

س ١٣٤) دائرتان متحدتان بالمركز نصفا قطريهما ١٠ سم، ٦ سم الزاوية هـ تتغير بحيث القوس الكبير المقابل للزاوية هـ يزداد بمعدل ٣ سم/د، أوجد معدل التغير في المساحة المظللة بالشكل.



$ل = ١٠ هـ$

$\frac{دل}{دز} = ١٠ \frac{دهـ}{دز}$

$٣ = ١٠ \frac{دهـ}{دز}$

$\frac{دهـ}{دز} = \frac{٣}{١٠}$

$م = \frac{١}{٢}(١٠)^٢ هـ - \frac{١}{٢}(٦)^٢ هـ$

$\frac{دم}{دز} = ٣٢ \frac{دهـ}{دز} \leftarrow \frac{دم}{دز} = ٣٢ هـ$

$= ٣٢ \times \frac{٣}{١٠} = ٩,٦$

س ١٣٥) دائرتان متحدتان بالمركز، نصف قطريهما ٩ سم، ١٥ سم كما في الشكل وكانت نهاية الصغرى تتزايد بمعدل ٥ سم/ث بينما تتزايد نهاية الكبرى بمعدل ٤ سم/ث، أوجد أكبر مساحة ممكنة للمنطقة بينهما بشرط ألا يبقى نهاية الصغرى أقل من نهاية الكبرى.

م المحصورة = م الكبرى − م الصغرى

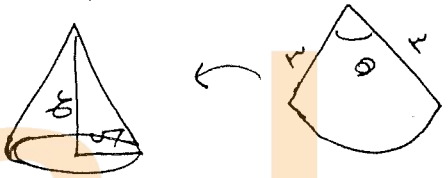
$= \pi(١٥+٤ن)^٢ - \pi(٩+٥ن)^٢$

$م' = ٨\pi(١٥+٤ن) - ١٠\pi(٩+٥ن) = ٠$

$ن = \frac{٥}{٣}$

إعداد الهندسة محمد الدين البستنجي
٠٧٩٥٤٠٥٤٤٠

س ١٣٦) قطاع دائري مركزية (هـ) ونصف قطر قاعدته هـ ٣ سم حول ليكون مخروط دائري قائم نصف قطر قاعدته هـ س وارتفاعه هـ ع، ما زاوية رأس القطاع التي تجعل حجم المخروط أكبر ما يمكن؟



$ح = \frac{\pi}{٣} س^٢ ع$

$ح = \frac{\pi}{٣}(٩ع - ع^٣)$

$ح' = \frac{\pi}{٣}(٩ - ٣ع^٢) = ٠ \Leftarrow ع = \sqrt{٣}$

طول القوس $= ٣هـ \Leftarrow ٢\pi س = ٣هـ \Leftarrow ٦\pi = ٣هـ \Leftarrow هـ = \frac{٦\pi}{٣} = \frac{٤\pi}{٣} = \frac{١}{٣}\pi$ هـ.

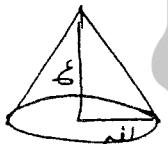
س ١٣٧) مثلث طولا ضلعيه فيه ٥ سم، ٧ سم، الزاوية المحصورة بينهما هـ، جد قيمة هـ التي تجعل مساحة المثلث أكبر ما يمكن

$م = \frac{١}{٢} \times ٥ \times ٧ \times جا هـ$

$م = \frac{٣٥}{٢} جا هـ \leftarrow م' = \frac{٣٥}{٢} جتا هـ = ٠ \leftarrow جتا هـ = ٠$

$\leftarrow هـ = ٩٠^\circ$

س١٣٨) مطاع دائري زاويته المركزية (هـ) بالتقدير الدائري ، نفه : يضف قطر الدائرة المأخوذ منها (انظر الشكل) حوّل إلى مخروط دائري قائم يضف قطر قاعدته نفه ، وارتفاعه ع ، جد قيمة هـ التي تجعل المخروط الناتج أكبر ما يمكن من حيث الحجم



$(\text{نفه})^2 = \text{نفه}^2 + ع^2$

$ح = \frac{1}{3} \text{نفه}^2 ع$

$ح = \frac{1}{3} (\text{نفه}^2 ع - ع^3)$

$ح = \frac{1}{3} (\text{نفه}^2 - 3ع^2)$

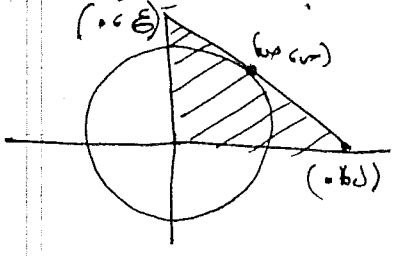
$\text{نفه}^2 - 3ع^2 = 0 \Leftarrow \text{نفه}^2 = 3ع^2 \Leftarrow ع^2 = \frac{\text{نفه}^2}{3} \Leftarrow ع = \frac{\pm \text{نفه}}{\sqrt{3}}$

$\text{نفه}^2 = \text{نفه}^2 - \frac{\text{نفه}^2}{3} \Leftarrow \text{نفه}^2 = \frac{2}{3} \text{نفه}^2$

محيط الحروط = ٢ × طول القوس

$2\pi \text{نفه}^2 = 2 \text{نفه} هـ \Leftarrow هـ = \frac{2\pi \text{نفه}^2}{2 \text{نفه}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \pi$

س١٣٩) دائرة مركزها نقطة الأصل ومعادلتها $س^2 + ص^2 = 8$ رسم مماس عين محيطي عند النقطة (س، ص) في الربع الأول ويقطع محوري السينات والصادات ، جد إحداثيات نقطة التماس التي تجعل مساحة المثلث المحصور بين المماس ومحور السينات أكبر ما يمكن؟



مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

$م = \frac{1}{2} \times ل \times ع$

$2س + 2ص \frac{ص}{س} = صفر$

$\frac{ص}{س} = \frac{-2س}{2ص} = \frac{-س}{ص}$

$\frac{ع - ٠}{٠ - ل} = \frac{ص}{س} = \frac{-س}{ص} \Leftarrow ل = \frac{ع ص}{س}$

$م = \frac{1}{2} \times ع \times \frac{ع ص}{س} = \frac{ع^2 ص}{2س}$

$\frac{ص}{س} = \frac{ع - ص}{٠ - س}$

$-س^2 = ع ص - ص^2$

$ع ص = -س^2 + ص^2$

$ع = \frac{-س^2 + ص^2}{ص}$

$= \frac{-س^2}{ص} + ص$

$\frac{(\frac{8}{س})^2 ص}{2س} = \frac{64}{2س^2 ص} = \frac{32}{س^2 ص}$

$س^2 + ص^2 = 8 \Leftarrow ص^2 = 8 - س^2 \Leftarrow ص = \sqrt{8 - س^2}$

$م = \frac{32}{س^2 \sqrt{8 - س^2}} \Leftarrow م^2 = \frac{1024}{8س^2 - س^4} \Leftarrow م = \frac{32}{\sqrt{8س^2 - س^4}}$

$\Leftarrow م^2 = \frac{-32(16س - 4س^3)}{2\sqrt{8س^2 - س^4}(8س - 4س^3)} = 0 \Leftarrow 16س - 4س^3 = 0$

$4س(8 - س^2) = 0 \Leftarrow س = \sqrt{8}$

اعداد المهندس احمد الدين البستنجي
0795420542

منصة القلم التعليمية AL-QALLAM EDUCATION

س٤٤) من نقطة على عمق (٥٥)م من سطح الأرض قذف جسم رأسياً للأعلى بحيث أن المسافة المقطوعة بالأمتار بعد ثانية من قذف الجسم تُعطى بالعلاقة ف(ن) = ٦٠ن − ٥ن٢ ، جد سرعة الجسم لحظة وصوله مستوى سطح الأرض؟

٥٥ = ٦٠ن − ٥ن٢ ← ن٢ − ١٢ن + ١١ = ٠ ← ن = ١ ، ١١

ع(ن) = ٦٠ − ١٠ن

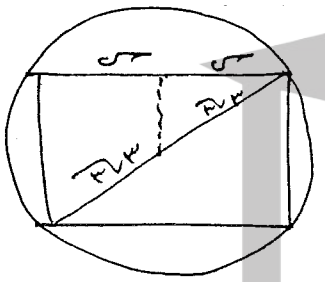
ع(١) = ٦٠ − ١٠ = ٥٠م/ث

ع(١١) = ٦٠ − ١١٠ = −٥٠م/ث

اعداد المهندس
سعد الدين البستنجي

منصة القلم التعليمية
AL-QALLAM EDUCATION

س١٢٧ ما حجم أكبر أسطوانة ترسم داخل كرة نصف قطرها ٣√٣ سم ،



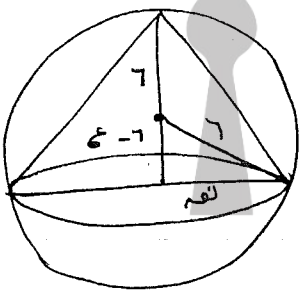
ح = π س² ع = π (١٠٨/٤ - ع²/٤) ع

ح = π/٤ (١٠٨ ع - ع³)

ح' = π/٤ (١٠٨ - ٣ع²) = ٠ ← ع = ٦

ح = π/٤ (١٠٨ - ٣٦) (٦) = ١٠٨ π سم³ .

س١٢٨) ما حجم أكبر مخروط يمكن رسمه داخل كرة نصف قطرها = ٦ سم .



ح = ١/٣ π (س² ع) = π/٣ (١٢ع - ع²) ع

= π/٣ (١٢ ع² - ع³)

ح' = π/٣ (٢٤ ع - ٣ع²) = ٠

٣ع (٨ - ع) = ٠ ← ع = ٨

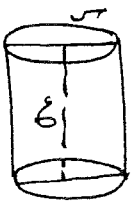
ع = ٦ - ع

س² + (ع - ٦)² = ٣٦

س² = ١٢ع - ع²

ح = π/٣ × ٤ × ٨ = ٢٥٦/٣ π سم³ .

س١٢٩) جد أقل كمية من الصفيح اللازم لصناعة علبة على شكل أسطوانة دائرية قائمة مغلقة القاعدتين حجمها ٣١٦ سم³ ؟



المساحة = مساحة القاعدتين + المساحة الجانبية

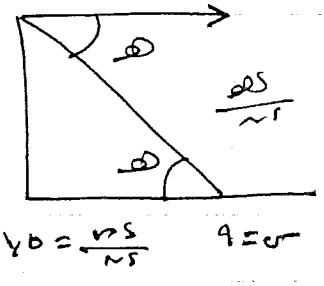
م = ٢ π س² + ٢ π س ع

م = ٢ π س² + ٢ π س × ٣١٦/π س²

م = ٢ π س² + ٦٣٢/س

م' = ٤ π س - ٦٣٢/س² = ٠ ← س = ٥ ← الكمية = م = ٢٣٤ π .

س١٣٠) سلمة بزحليقة يرتفع عن الأرض بمقدار ١٢ م ، إذا أراد سليم زورقاً يسير بسرعة ٥ م/ث على سطح بحيرة مبتعداً عن البرج فجد سرعة تغير زاوية انخفاض خط النظر لـ سليم على سلمة البرج عندما يكون سليم الزورق على بعد ٩ م عن البرج ؟



ظاهـ = ١٢/س

قاهـ دهـ/دس = -١٢/س² دس

دهـ/دس = -١٢/١٨١ × ١٥ = -٥٠/٩

ظاهـ = ١٢/٩ = ٤/٣

قاهـ = ١ + ظاهـ

قاهـ = ١ + (٤/٣)² = ٢٥/٩