إجابات ورقة العمل

1) قيمة $\int_e^{e^2} \frac{1}{x-1}\,dx$:

$a)\ \ln|e+1|$ $b)\ \ln|e^2+e+1|$

$c)\ \ln|e^2+e|$ $d)\ \ln|e^3-1|$

✓ الحل

$$= \ln|x-1|\Big|_e^{e^2}$$
$$= \ln|e^2-1| - \ln|e-1|$$
$$= \ln\left|\frac{e^2-1}{e-1}\right|$$
$$= \ln\frac{(e-1)(e+1)}{e-1}$$
$$= \ln|e+1| \qquad (a)$$

---

2) قيمة $\int_0^1 \sqrt{4x^2-12x+9}\,dx$:

$a)\ 0$ $b)\ -2$

$c)\ -4$ $d)\ 2$

✓ الحل

$$\int_0^1 \sqrt{(2x-3)^2}\,dx$$
$$\int_0^1 |2x-3|dx$$
$$= \int_0^1 3-2x\,dx$$
$$= 3x - x^2|_0^1$$
$$= 3-1=2$$
(b)

تذكر أن $\sqrt{x^2} = |x|$

$2 \times -3 = 0$

$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$

$3-2x$	$2x-3$
$\frac{3}{2}$	

3) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ يساوي $(2x+7)$ وكان منحنى الاقتران يمر بالنقطة $(2,10)$ فإن قاعدة الاقتران هي:

$a) f(x) = x^2+7x+2$

$b)\ f(x) = x^2+7x$

$c)\ f(x) = x^2+7x-8$

$d)\ f(x) = x^2+7x+10$

✓ الحل

$$f'(x) = 2x+7$$
$$f(x) = \int 2x+7 = x^2+7x+C$$
$$f(2) = 4+14+C = 10$$
$$C = -8$$
$$f(x) = x^2+7x-8$$

---

4) قيمة $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x+1}\,dx$:

$a)\ 1$ $b)\ \ln|e+1|$

$c)\ \ln\left|\frac{e+1}{2}\right|$ $d)\ \ln|2e+1|$

✓ الحل

البسط = مشتقة المقام

$$= \ln|e^x+1|\Big|_0^1$$
$$= \ln(e+1) - \ln 2$$
$$= \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$$

5) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران f عند النقطة $(x\ ,y)$ يساوي $2x$ وكان منحنى الاقتران f يمر بالنقطة $(1,4)$ فإن قاعدة الاقتران هي:

$a) f(x) = x(x+1)$

$b)\ f(x) = x^2 + 3$

$c)\ f(x) = x^2 - 3$

$d)\ f(x) = 3x^2 + 3$

✓ الحل

$$f'(x) = 2x$$

$$f(x) = \int 2x\ dx = x^2 + C$$

$$f(1) = 1 + C = 4$$

$$\longrightarrow C = 3$$

$$f(x) = x^2 + 3 \qquad (b)$$

---

6) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة y عند النقطة (x,y) يساوي $\frac{-2x}{2-x^2}$ وكانت النقطة $(1,-2)$ يقع على منحناها فإن قاعدة y هي:

$a)\ y = \ln|2 - x^2| + 2$

$b)\ y = \ln|2 - x^2| - 2$

$c)\ y = \ln|2 - x^2|$

$d)\ y = \ln|1 - x^2|$

✓ الحل

$$y' = \frac{-2x}{2-x^2}$$

$$y = \int \frac{-2x}{2-x^2}\ dx$$

$$= \ln|2 - x^2| + C$$

$$y(1) = \ln|2-1| + C = -2 \qquad C = -2$$

$$y = \ln|2 - x^2| - 2 \qquad (b)$$

7) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران f عند النقطة (x,y) يساوي $2x - 3\sqrt{x}$ وكان منحنى الاقتران يمر بالنقطة $(4,-2)$ فإن قاعدة الاقتران هي:

$a) f(x) = x^2 - 2\sqrt{x^3} + 2$

$b)\ f(x) = x^2 - 2\sqrt{x^3} - 2$

$c)\ f(x) = x^2 - 2\sqrt{x} + 2$

$d)\ f(x) = x^2 - 2\sqrt{x} - 2$

✓ الحل

$$f'(x) = 2x - 3\sqrt{x}$$

$$f(x) = \int 2x - 3x^{\frac{1}{2}}\ dx$$

$$= x^2 - 2x^{\frac{3}{2}} + C$$

$$f(4) = 16 - 2\left(\sqrt{4}\right)^3 + C = -2$$

$$16 - 16 + C = -2 \qquad C = -2$$

$$f(x) = x^2 - 2\sqrt{x^2} - 2 \qquad (b)$$

---

8) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة y عند النقطة (x,y) يساوي e^{3-4x} وكانت النقطة $\left(\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right)$ يقع على منحناها فإن قاعدة y هي:

$a)\ y = \frac{-1}{4}\ e^{3-4x} + \frac{1}{2}$

$b)\ y = \frac{1}{4}\ e^{3-4x}$

$c)\ y = \frac{1}{4}e^{3-4x} - \frac{1}{2}$

$d)\ y = -\frac{1}{4}\ e^{3-4x} - \frac{1}{2}$

✓ الحل

$$y = \int e^{3-4x}\,dx$$

$$= -\frac{1}{4}\,e^{3-4x} + C$$

$$y\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{4}\,e^{0} + C = \frac{1}{4} \qquad C = \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{4}e^{3-4x} + \frac{1}{2} \qquad (a)$$

---

9) قيمة $\int_2^{2e} \frac{1}{x}\,dx$:

$a)\ 0$ $b)\ 1$

$c)\ 2$ $d)\ E$

✓ الحل

$$= \ln|x|\Big|_2^{2e}$$

$$= \ln 2e - \ln 2$$

$$= \ln 2 + \ln e - \ln 2$$

$$= \ln e$$

$$= 1 \qquad (b)$$

---

10) إذا كان $a(3,-2)$ تمثل نقطة حرجة لمنحنى الاقتران f وكان $f''(x) = 6x - 6$ فإن قاعدة الاقتران f هي: $(3,-2)$ نقطة حرجة

$f'(3) = 0$ $\qquad$ $f(3) = 0$

$a)\ f(x) = 3x^2 - 6x - 9$

$b)\ f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 25$

$c)\ f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 25$

$d)\ f(x) = 3x^2 - 6x + 9$

✓ الحل

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + C$$

$$f'(3) = 0$$

$$9 + C = 0 \qquad C = -9$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$$

$$f(x) = \int 3x^2 - 6x - 6\,dx$$

$$= x^3 - 3x^2 - 9x + C$$

$$f(3) = -2 \implies C2 = 127 - 2 = 25$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 25$$

---

11) $f(x) = \begin{cases} x^2 - |x-1| & ,0 \le x < 1 \\ 5 & ,1 \le x < 2 \end{cases}$

فإن $\int_0^2 f(x)dx$

$a)\ \frac{31}{6}$ $b)\ \frac{19}{6}$

$c)\ \frac{29}{6}$ $d)\ \frac{41}{6}$

---

12) إذا كانت $a > 1$ وكان $\int_1^a \frac{1}{x}\,dx = 3$

فإن قيمة الثابت a تساوي :

$a)\ e^4$ $b)\ e^3$

$c)\ 4$ $d)\ 3$

✓ الحل

$$= \ln|x|\Big|_1^a = 3$$

$$\ln a - \ln 1 = 3 \qquad a > 1$$

$$\ln a - 0 = 3$$

$$\implies \ln a = 3$$

بأخذ e للطرفين

$$a = e^3$$

13) $\int \frac{e^{3x}-8}{e^{2x}+2e^x+4}dx$ تساوي :

a) $e^{2x}+2x+C$ b) e^x+x+C

c) e^x-x+C d) e^x-2x+C

✓ ال حل

$$\int \frac{(e^x-2)(e^{2x}+2e^x+4)}{(e^{2x}+2e^x+4)}$$

$$=\int (e^x-2)dx$$

$$=e^x-2x+C$$

---

14) $\int_{-1}^{2} e^2\,dx$ تساوي :

a) e^2 b) $3e^2$

c) $\frac{7}{3}$ d) 3

✓ الحل

$$=e^2(2--1)=3e^2$$

---

15) $\int_{\frac{1}{3}}^{1} 6\,e^{3x}\,dx=\int_{2}^{6a}\sqrt{e^x}\,dx$

فإن قيمة الثابت a تساوي

a) -1 b) 4

c) -4 d) 1

✓ الحل

$$\frac{6e^{3x}}{3}\Big|_{\frac{1}{3}}^{1}=\int_{\frac{1}{3}}^{6a} e^{\frac{1}{2}x}\Big|_{2}^{6a}$$

$$2e^3-2e=2e^{3a}-2e$$

$$2e^3=2e^{3a}\Rightarrow 3a=3$$

$$\Rightarrow a=1$$

16) $\int \frac{e^x}{e^{x-1}}\,dx$ تساوي :

a) $\frac{1}{e}x+C$ b) $e(x-1)+C$

c) $ex+C$ d) $\frac{1}{e}(x-1)+C$

✓ الحل

$$=\int e^x.e^{-x+1}\,dx$$

$$=\int e\,dx=ex+C$$

---

17) قيمة $\int_0^2 (|x-1|+1)\,dx$:

a) 1 b) 3

c) 2 d) 2

✓ الحل

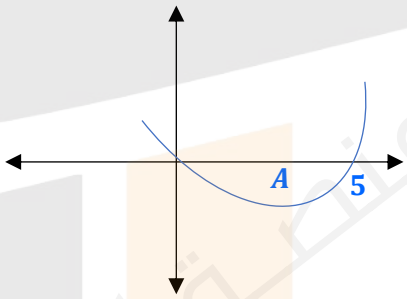
$$\int_0^2=\int_0^1(1-x+1)dx+\int_1^2(x-1+1)dx$$

$$\int_0^1(2-x)dx+\int_1^2 x\,dx$$

$$2x-\frac{x^2}{2}\Big]_0^1+\frac{x^2}{2}\Big]_1^2$$

$$\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=\frac{6}{2}=\boxed{3}$$

18) في الشكل المجاور إذا كانت المساحة A المحصور بين منحنى f ومحور x (8) وحدات مربعة فإن $\int_0^5 (1 - f(x))\, dx$



$a)\ -3$ $b)\ 3$

$c)\ -13$ $d)\ 13$

✓ الحل

$$\int_0^5 1\, dx - \int_0^5 f(x)\, dx$$

$$= 1(5-0) - (-8) = 5 + 8 = 13$$

---

19) إذا كانت $\ln a = 5\ ,a,b > 0$

فإن قيمة $\ln b = 3$ تساوي : $\int_1^{ab} \frac{1}{x}\, dx$

$a)\ 15$ $b)\ 2$

$c)\ 8$ $d)\ 7$

✓ الحل

$$= \ln |x| \Big|_1^{ab}$$

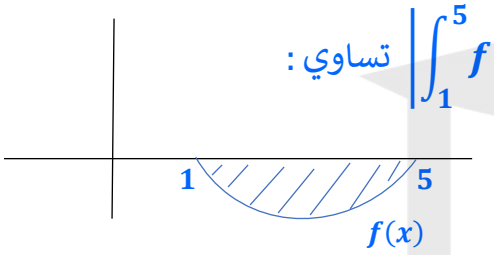
$$= \ln (ab) - \ln (1)$$

$$= \ln a + \ln b - 0$$

$$= 5 + 3 = 8$$

20) الشكل المجاور يمثل منحنى $f(x)$ في $[1, 5]$ فإذا كانت مساحة المنطقة A تساوي (8) وحدات فإن قيمة

$\left|\int_1^5 f(x) - 4\ dx\right|$ تساوي :



$a)\ 8$ $b)\ 12$

$c)\ 16$ $d)\ 24$

✓ الحل

$$\int_1^5 f(x) - \int_1^5 4\ dx = \int_1^5 f(x)dx - 16$$

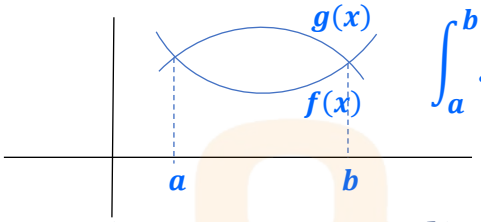
$$= -8 - 16 = -24$$

$$\left|\int_1^0 (f(x) - 4)\, dx\right| = |24 -| = 24$$

---

21) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى كل من الاقترانين $f \circ g$ فإذا كانت المساحة المحصور بين منحيي الاقترانين f, g على الفترة $[a, b]$ تساوي (8) وكان $\int_a^b f(x)\, dx = 6$

فإن $\int_a^b g(x)\, dx =$



$a)\ -2$ $b)\ 2$

$c)\ 14$ $d)\ -6$

✓ الحل

$$\int g(x) - f(x) = 8$$

$$\int_a^b g(x) - \int f(x)dx = 8$$

$$\int_a^b g(x) - 6 = 8$$

$$\int_a^b g(x) = 14$$

---

22) إذا كانت مساحة المنطقة المغلقة المحصور بين منحنى الاقتران $f(x) = \sqrt{2x}$ والمحور x على الفترة $[0, a]$ تساوي $\frac{8}{3}$ وحدة مربعة فإن قيمة الثابت a تساوي:

$a)\ 1$ $b)\ 2$

$c)\ 4$ $d)\ \sqrt[3]{4}$

✓ الحل

$$\int_0^a \sqrt{2x}\ dx = \frac{8}{3}$$

$$\int_0^a (2x)^{\frac{1}{2}}\ dx = \frac{8}{3}$$

$$\frac{2}{3}\frac{(2x)^{\frac{3}{2}}}{2}\Big|_0^a = \frac{8}{3}$$

$$\frac{1}{3}(2a)^{\frac{3}{2}} = \frac{8}{3}$$

$$(\sqrt{2a})^3 = 8$$

$$\sqrt{2a} = 2$$

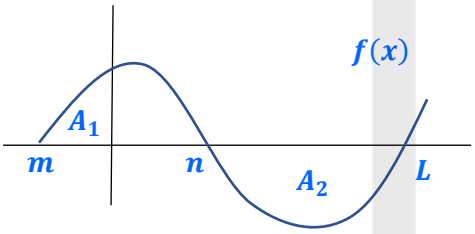
$$2a = 4$$

$$a = 2$$

---

23) معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران f إذا كان $\int_m^L f(x)dx = 2$

فإن قيمة $\int_m^L |f(x)|dx = 12$ $\int_m^L f(x)dx$ تساوي:



$a)\ 5$ $b)\ -5$

$c)\ 7$ $d)\ -7$

✓ الحل

$$A_1 + A_2 = 12$$

$$A_1 - A_2 = 2$$

$$2A_1 = 14$$

$$A_1 = 7$$

$$A_2 = 12 - 7 = 5$$

$$\int_m^L f(x)dx = -5$$

تحت المحور x

---

24) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى f

إذا كانت $A_2 = 6\ ,A_1 = 2$ فإن قيمة $\int_{-2}^{1} f(x^2 - 3)dx$

$a)\ -4$ $b)\ 2$

$c)\ -2$ $d)4$

الحل

تكامل بالتعويض

$u = x^2 - 3 \quad du = 2x\,dx$

$x = 1 \longrightarrow u = 2$

$x = -2 \longrightarrow u = 1$

$$\int_1^{-2} x\, f(u) \frac{du}{dx}$$

$$= \int_1^{-2} \frac{1}{2} f(u) \frac{du}{dx}$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-2}^{1} f(u)\, du$$

$$= \frac{1}{2}(2 - 6) = -\frac{1}{2}x - 4 = 2$$

---

25) قيمة $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x}\, dx$ تساوي :

$a)\ 1$ $b)\ \ln 2$

$c)\ 4 \ln 2$ $d)\ \frac{1}{2} \ln 2$

✓ الحل

$u = \ln x \longrightarrow du = \frac{1}{x}\, dx$

$x = e \longrightarrow u = 1$

$x = e^2 \longrightarrow u = 2$

$$\int_1^2 \frac{1}{x4} \times x\, du$$

$$= \ln u|_1^2 = \ln 2 - \ln 1$$

26) إذا كانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x) = x^2$ والمستقيم $x = c$ الواقعة في الربع الأول تساوي $\frac{16}{3}$ فإن قيمة الثابت c

$a)\ 16$ $b)\ \sqrt[3]{16}$

$c)\ 4$ $d)\ \sqrt[3]{4}$

✓ الحل

$$A = \int_0^c x^2\, dx$$

$$= \frac{x^3}{3}\Big|_0^c = \frac{16}{3}$$

$$\frac{C^3}{3} = \frac{16}{3} \Longrightarrow C^3 = 16$$

$$C = \sqrt[3]{16}$$

---

27) إذا كان f اقتراناً متصلاً ، وكان :

$$y = \int (8x - 3x^2)\, dx$$

فما قيمة $\frac{dy}{dx}$ عند $x = 1$ ؟

$a)\ 2$ $b)\ -2$

$c)\ 5$ $d)\ -5$

✓ الحل

(c)

28) $\int (\cos x - 7)\,dx$ يساوي :

$a)\ -\sin x - 7x + c$

$b)\ \sin x - 7x + c$

$c)\ -\cos x - 7x + c$

$d)\ -\cos x - 7x + c$

✓ الحل

(b)

---

29) إذا كان $\int_1^L 6x^2\,dx = 14$ ، فما قيمة الثابت L ؟

$a)\ -2$ $b)\ 2$

$c)\ 6$ $d)\ 8$

✓ الحل

(b)

---

30) $\int_1^1 (3x^2 + 4x - 1)\,dx$ يساوي :

$a)$ صفر $b)\ 2$

$c)\ -2$ $d)\ 1$

✓ الحل

(a)

---

31) إذا كان f اقتراناً قابلاً للاشتقاق، وكان $f'(x) = 8x^3 - 3x^2$ ، فما قيمة $(f(1) - f(-1))$ ؟

$a)\ 2$ $b)\ 1$

$c)$ صفر $d)\ -2$

✓ الحل

(d)

---

32) إذا كان $\int_{-1}^2 3m\,dx = -36$ ، فما قيمة الثابت m ؟

$a)\ -4$ $b)\ 4$

$c)\ -12$ $d)\ 12$

✓ الحل

(a)

---

33) إذا كان $\int_a^b f(x)\,dx = \frac{3}{4}$ ، فإن $\int_b^a f(x)\,dx$ يساوي :

$a)\ \frac{3}{4}$ $b)\ -\frac{3}{4}$

$c)\ \frac{4}{3}$ $d)\ -\frac{4}{3}$

✓ الحل

(b)

34) $\int \frac{(2-3x)^6}{-3\times 6}dx$ يساوي :

a) $\frac{(2-3x)^6}{6}+c$

b) $\frac{(2-3x)^6}{18}+c$

c) $-\frac{(2-3x)^6}{6}+c$

d) $-\frac{(2-3x)^6}{18}+c$

✓ الحل

(d)

---

35) $\int \frac{4x^2-3x}{x}dx$ ، $x \neq 0$ يساوي :

a) $2x^2+3x+c$

b) $\frac{4}{3}x^3-3x+c$

c) $2x^2-3x+c$

d) $\frac{4}{3}x^3+3x+c$

✓ الحل

(c)

---

36) $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$ تساوي :

a) 2 b) -2

c) 1 d) -1

✓ الحل

(a)

---

37) إذا كان $\int_1^3 f(x)\,dx = 6$ ،

$\int_3^1 h(x)\,dx = -2$ ، فما قيمة

$\int_1^3 (2f(x)+h(x))\,dx$ ؟؟

a) 14 b) 10

c) 8 d) 4

✓ الحل

(a)

---

38) $\int \sin(2x-1)\,dx$ يساوي :

a) $\cos(2x-1)+c$

b) $-\cos(2x-1)+c$

c) $\frac{1}{2}\cos(2x-1)+c$

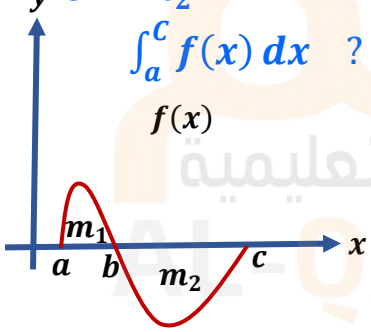
d) $-\frac{1}{2}\cos(2x-1)+c$

✓ الحل

(d)

---

39) معتمداً على الشكل المجاور الذي يُمثل منحنى الاقتران $f(x)$ ، إذا كانت المساحة $m_1 = 2$ وحدة مساحة، المساحة $m_2 = 6$ وحدة مساحة، فما قيمة: $\int_a^c f(x)\,dx$ ؟



a) 4 b) -4

c) 8 d) -8

✓ الحل

(b)

40) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران f عند النقطة (x, y) يُعطى بالعلاقة $f'(x) = 3x^2$ ، وكان منحنى الاقتران يمر بالنقطة $(0, -1)$ ، فما قاعدة الاقتران $f(x)$ ؟

$a)\ f(x) = x^3 - 1$ $b)\ f(x) = x^2 + 1$

$c)\ f(x) = x^3$ $d)\ f(x) = 3x^3$

✓ الحل

(a)

41) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $y = f(x)$ عند النقطة (x, y) ، يساوي $(2x + 1)$ ، وكان منحنى الاقتران f يمر بالنقطة $(0, 3)$ ، فما قيمة $f(1)$ ؟

$a) -5$ $b)\ 2$

$c)\ 5$ $d)\ 6$

✓ الحل

(c)

42) $\int \sqrt[3]{x^4}$ يساوي :

$a)\ \frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}} + c$ $b)\ \frac{3}{7}x^{\frac{3}{7}} + c$

$c)\ \frac{7}{3}x^{\frac{3}{7}} + c$ $d)\ \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}} + c$

✓ الحل

(d)

43) إذا كان f اقتراناً قابلاً للاشتقاق، وكان $f'(x) = 3x^2 - 4$ ، $f(1) = 6$ ، فإن قيمة $f(2)$ تساوي:

$a)\ 9$ $b)\ 6$

$c)\ 5$ $d)8$

✓ الحل

(a)

44) $\int_2^2 x^4 + \sqrt{x} - 3\ dx$ يساوي :

$a)\ 7$ $b)\ 21$

$c)$ صفر $d)\ 14$

✓ الحل

(c)

45) إذا كان $\int_{-1}^{2} (4mx)\ dx = 12$ ، فإن قيمة الثابت m تساوي:

$a) -2$ $b)\ 2$

$c) -1$ $d)\ 1$

✓ الحل

(b)

46) إذا كان $\int_{-4}^{3} f(x)\ dx = 8$ ،

$\int_{3}^{-4} h(x)\ dx = -12$

، فإن $\int_{3}^{-4} (f(x) - h(x))\ dx$ يساوي :

$a)\ 20$ $b)\ 12$

$c)\ 4$ $d) -4$

✓ الحل

$$\int_3^{-4} f(x) - \int_3^{-4} n(x)$$

$$-8 - -12$$

$$-8 + 12 = 4$$

(c)

---

47) إذا كان $\int f'(x)\,dx = a\,x^2 - 5x$ ، وكان $f'(2) = 19$ ، فما قيمة الثابت a ؟

$a) -12$ $b) 12$

$c) -2$ $d) 6$

✓ الحل

(d)

---

48) $\int \cos(7x-3)\,dx$ يساوي :

$a)\ \sin(7x-3) + c$

$b) -\sin(7x-3) + c$

$c)\ \dfrac{-\sin(7x-3)}{7} + c$

$d)\ \dfrac{\sin(7x-3)}{7} + c$

✓ الحل

(d)

---

48) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند النقطة (x, y) يساوي $\dfrac{6}{x^{-5}}$ ، وكان منحنى الاقتران f يمر بالنقطة $(1, -2)$ ، فما قاعدة الاقتران $f(x)$ ؟

$a)\ f(x) = x^6 + 3$

$b)\ f(x) = x^6 - 3$

$c)\ f(x) = x^6 - 2$

$d)\ f(x) = x^6 + 2$

الحل

(b)

---

49) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران f عند النقطة (x, y) مُعطى بالقاعدة $f'(x) = 8x^3 - 5$ ، وكان منحنى الاقتران f يمر بالنقطة $(0, 7)$ ، فما قيمة $f(-1)$ ؟

$a) 4$ $b) -4$

$c) 14$ $d) -14$

✓ الحل

(c)

---

50) قيمة $\int_0^1 (1-x)^2\,dx$ تساوي :

$a) \dfrac{-1}{3}$ $b) \dfrac{1}{3}$

$c) 3$ $d) -3$

✓ الحل

(b)

51) $\int_{-2}^{3} f'(x)\,dx = 10$ ، فما قيمة $(f(-2) - f(3))$ ؟

$a) -5$ $b) 5$

$c) 10$ $d) -10$

✓ الحل

(c)

---

52) إذا كان $\int_{a}^{b} f(x)\,dx = \frac{5}{6}$ ، فإن $\int_{b}^{a} f(x)\,dx$ يساوي :

$a) \frac{6}{5}$ $b) \frac{-6}{5}$

$c) \frac{5}{6}$ $d) \frac{-5}{6}$

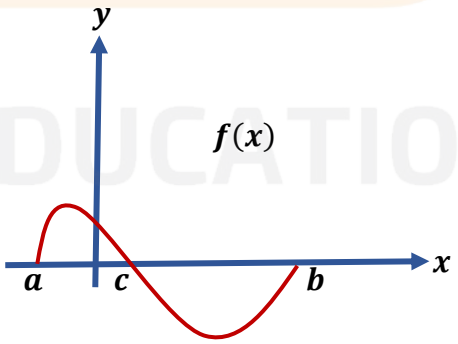
✓ الحل

(d)

---

53) مُعتمدا على الشكل المجاور الذي يُمثل منحنى الاقتران f المعرّف في الفترة $[a, b]$ ، إذا علمت أن مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران f ومحور السينات تساوي (16) وحدة مربعة

وكان $\int_{a}^{c} f(x)\,dx = 7$ ، فما قيمة $\int_{c}^{b} f(x)\,dx$ ؟



$a) 9$ $b) -9$

$c) 23$ $d) -2$

✓ الحل

(b)

---

54) أوجد التباين $Var(x)$ فيما يلي: $X \sim b(40, 0.2)$

$a) 8$ $b) 6.4$

$c) 200$ $d) 160$

✓ الحل

(b)

---

55) إذا كانت علامات طلاب في مادة الرياضيات تتبع توزيع طبيعي بوسط حسابي 60 ، وانحراف معياري 6 ، اذا تم اختيار طالب عشوائياً ما احتمال أن تكون علامته أقل من 54

$a) 16\%$ $b) 34\%$

$c) 13.5\%$ $d) 68\%$

✓ الحل

(a)

---

56) إذا كانت $X \sim N(50, 9)$ ، احسب: $P(41 < X < 59)$

$a) 34\%$ $b) 99.7\%$

$c) 68\%$ $d) 16\%$

✓ الحل

(c)

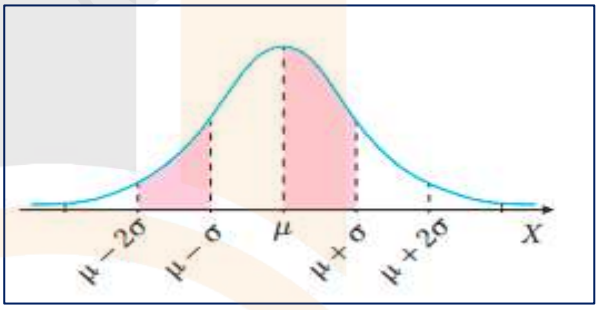
57) إذا اتخذت مجموعة من البيانات شكل المنحنى الطبيعي، وكان الوسط الحسابي μ والانحراف المعياري σ فإن النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البعد بين كتلهم والوسط الحسابي عند الانحراف المعياري واحد

$a)\ 13.5\%$ $b)\ 34\%$

$c)\ 68\%$ $d)\ 50\%$

✓ الحل

58) أحدد النسبة المئوية لمساحة المنطقة المظللة أسفل كل توزيع طبيعي مما يأتي:



$a)\ 13.5\%$ $b)\ 68\%$

$c)\ 50\%$ $d)\ 47.5\%$

✓ الحل

59) ما هي التجربة العشوائية فيما يلي: إلقاء حجر نرد والتوقف عند أول ظهور عدد فردي:

$a)$ احتمالية هندسية

$b)$ احتمالية ذات الحدين

$c)$ توزيع طبيعي

$d)$ توزيع معياري

الحل

60) إذا كانت $X \sim Geo(0.6)$ احسب: $P(X = 2)$

$a)\ 0.024$ $b)\ 0.24$

$c)\ 0.096$ $d)\ 0144$

✓ الحل

61) يطلق خالد النار نحو هدف واحتمال إصابة الهدف هو 0.7 ما احتمال أن يحتاج إلى أكثر من 3 مرات للإصابة به لأول مرة:

$a)\ 0.63$ $b)\ 0.021$

$c)\ 0.027$ $d)\ 0.21$

✓ الحل

62) كم مرة يتوقع رمي حجر النرد حتى ظهور الوجه العدد 3 :

$a)\ \frac{1}{6}$ $b)\ \frac{5}{6}$

$c)\ \frac{6}{5}$ $d)\ 6$

✓ الحل

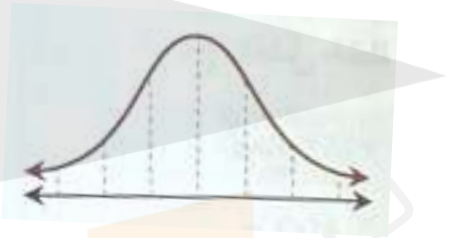
63) اذا كانت $X \sim B(4, 0.4)$ احسب ما يلي: $P(2 < X \leq 4)$

$a)$ $b)\ 0.0256$

$c)\ 0.1792$ $d)\ 0.1536$

✓ الحل

64) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي في الشكل تساوي ...



$a)\ \frac{1}{4}$ $b)\ \frac{1}{2}$

$c)\ \frac{3}{4}$ $d)\ 1$

✓ الحل

المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي 1

---

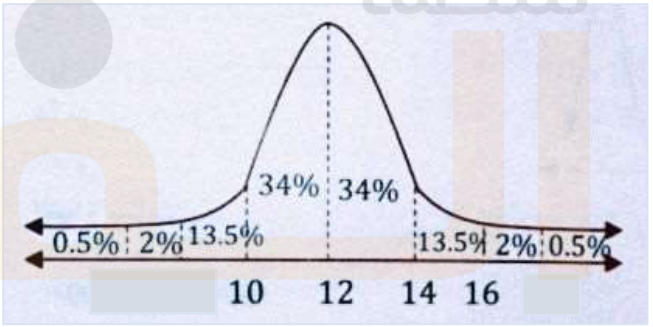
65) مجموعة بيانات تتوزع توزيعاً طبيعياً، فإذا كان وسطها الحسابي 12، وانحرافها المعياري 2، فما قيمة $P(10 < x < 16)$ ؟

$a)\ 81.5\%$ $b)\ 68\%$

$c)\ 47.5\%$ $d)\ 40\%$

✓ الحل

نرسم التوزيع الطبيعي رسماً مبسطاً ..



$\therefore P(10 < x < 16)$
$= (34 + 34 + 13.5)\%$
$= 81.5\%$

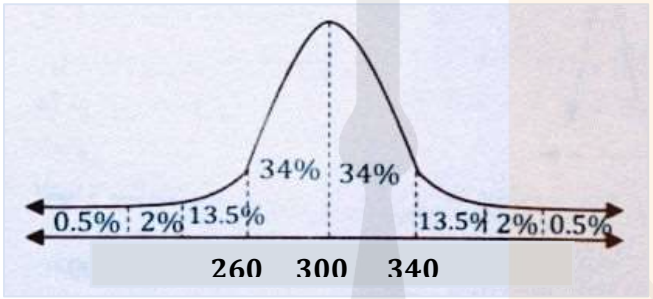
66) يتوزع عُمر 10000 بطارية توزيعاً طبيعياً بوسط 300 يوم، وانحراف معياري 40 يوماً، كم بطارية يقع عمرها بين 340 و 260 يوماً؟

$a)\ 6800$ $b)\ 5000$

$c)\ 3400$ $d)\ 2500$

✓ الحل

نرسم التوزيع الطبيعي رسماً مبسطاً ..

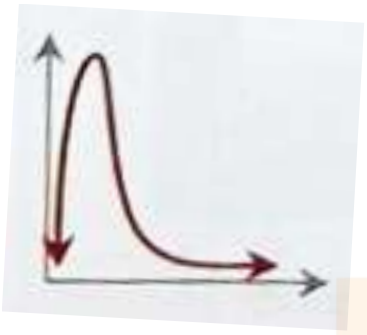


$P(260 < x < 340) = (34 + 34)\%$
$= 68\%$

عدد البطاريات $= \frac{68}{100} \times 10000 = 6800$

---

67) ما الوصف الأفضل للتمثيل البياني؟



$a)$ ذو التواء موجب

$b)$ ذو التواء سالب

$c)$ يمثل توزيعاً طبيعياً

$d)$ يمثل توزيعاً متماثلاً

الحل

بما أن التوزيع مكثف في اليسار والذيل إلى اليمين فإنه ذو التواء موجب.

68) كسب لاعب 50% من مبارياته التي لعبها خلال مسيرته الرياضية، ما احتمال أن يكسب 3 مباريات من بين 5 مباريات قادمة؟

$a)\ \frac{5}{16}$ $b)\ \frac{1}{2}$

$c)\ \frac{3}{5}$ $d)\ 1$

✓ الحل

$$P=\frac{1}{2}\ ,q=1-p=\frac{1}{2}\ ,n=5\ ,x=3$$

$$P(X=3)={}_5C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3}$$

$$=\frac{5}{2\times 8}=\frac{5}{16}$$

(a)

---

69) في تجربة ذات حدين، إذا كان احتمال النجاح 35% ، وعدد المحاولات 4 ؛ فإن الوسط يساوي...

$a)\ 1.3$ $b)\ 1.4$

$c)\ 1.5$ $d)\ 1.6$

✓ الحل

$$p=35\%=\frac{35}{100}\ ,n=4$$

الوسط $\mu=np=4\times\frac{35}{100}=\frac{140}{100}=1.4$

(b)

---

70) في تجربة ذات حدين، إذا كان احتمال النجاح 40% ، وكان المتوسط 20 ؛ فكم كان عدد المحاولات؟

$a)\ 30$ $b)\ 40$

$c)\ 50$ $d)\ 70$

✓ الحل

(احتمال النجاح) $\mu=n$

$$\frac{20}{0.4}=n\left(\frac{0.4}{0.4}\right)$$

$$0.4= \qquad n=50$$

$$p=40\%=\frac{40}{100}\ ,\mu=20\ ,n=?$$

$$20=n\times\frac{40}{100}\Rightarrow n=\frac{100}{2}=50$$

---

71) أخبر الراصد الجوي أن احتمال سقوط المطر في كل يوم من الأيام العشر القادمة 40% ، أوجد التباين.

$a)\ \sqrt{2.4}$ $b)\ 2.4$

$c)\ 4$ $d)\ 6$

✓ الحل

$$p=40\%=\frac{40}{100}\ ,n=10\ ,$$

$$q=1-\frac{40}{100}=\frac{60}{100}$$

التباين $\sigma^2=10\times\frac{40}{100}\times\frac{60}{100}=2.4$

(b)

---

72) ما الاقتران الأصلي للاقتران $f(x)=3x^2-1$

$a)\ x^3-x+C$ $b)\ 6x$

$c)\ 3x^2-1+C$ $d)\ \frac{x^2}{2}-x$

✓ الحل

$$\int (3x^2 - 1)\,dx = \frac{3}{3}x^3 - x + C$$
$$= x^3 - x + C$$

---

73) $\int \left(8x^3 + x - \frac{7}{x^5}\right)dx$ يساوي ..

$a)\ 2x^4 + \frac{x^2}{x} + \frac{7}{4x^4} + C$

$b)\ 24x^2 + x - \frac{7}{4x^3} + C$

$c)\ x^4 + \frac{x^2}{2} + C$

$d)\ 2x^4 - \frac{7}{x^4} + C$

✓ الحل

$$\int \left(8x^3 + x - \frac{7}{x^5}\right)dx$$
$$= \int \left(8x^3 + x - 7x^{-5}\right)dx$$
$$= \frac{8}{4}x^4 + \frac{x^2}{2} - \left(\frac{7}{-4}x^{-4}\right) + C$$
$$= 2x^4 + \frac{x^2}{2} + \frac{7}{4x^4} + C$$

(a)

---

74) التكامل $\int_2^3 (4x + 1)\,dx$ يساوي ..

$a)\ 10$ $b)\ 11$

$c)\ 20$ $d)\ 21$

✓ الحل

$$\int_2^3 (4x + 1)\,dx = 2x^2 + x\Big]_2^3$$
$$= (2 \times 3^2 + 3) - (2 \times 2^2 + 2)$$
$$= 21 - 10 = 11$$

(b)

---

75) إذا كان $\int_0^4 (x + k)\,dx = 20$ فما قيمة k ؟

$a)\ -7$ $b)\ -3$

$c)\ 3$ $d)\ 7$

✓ الحل

$$\int_0^4 (x + k)\,dx = 20 \Rightarrow \frac{x^2}{2} + kx\Big|_0^4 = 20$$
$$\Rightarrow \left(\frac{16}{2} + 4k\right) - \left(\frac{0}{2} + 0 \times k\right) = 20$$
$$\Rightarrow 8 + 4k = 20$$
$$\Rightarrow 4k = 12 \Rightarrow k = 3$$

(c)

---

76) المقدار :

$$\int_2^6 \frac{x^2}{x^2 - 1}dx - \int_2^6 \frac{1}{x^2 - 1}dx + \int_2^6 \frac{1}{2}dx$$

يساوي ..

$a)\ 2$ $b)\ 4$

$c)\ 6$ $d)$ لا يمكن ايجاده

✓ الحل

باستخدام خصائص التكامل المحدد..

$$\int_2^6 \frac{x^2}{x^2 - 1}dx - \int_2^6 \frac{1}{x^2 - 1}dx + \int_2^6 \frac{1}{2}dx$$

$$= \int_2^6 \left(\frac{x^2}{x^2-1} - \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{2}\right)$$

$$= \int_2^6 \left(\frac{x^2-1}{x^2-1} + \frac{1}{2}\right) dx$$

$$= \int_2^6 \left(1 + \frac{1}{2}\right) dx$$

$$= \int_2^6 \frac{3}{2} dx$$

$$= \frac{3}{2} x \Big|_2^6$$

$$= \frac{3}{2}(6-2) = \frac{3}{2} \times 4 = \frac{12}{2} = 6$$

---

77) إذا كان $\int_0^2 nx\,dx = 6$ فما قيمة n ؟

a) 3 b) 4

c) 5 d) 7

✓ الحل

$$\int_0^2 nx\,dx = 6 \Rightarrow \frac{x^2}{2} + kx \Big|_0^2 = 6$$

$$\Rightarrow \left(\frac{n \times 2^2}{2}\right) - \left(\frac{x \times 0^2}{2}\right) = 6$$

$$\Rightarrow 2n - 0 = 6$$

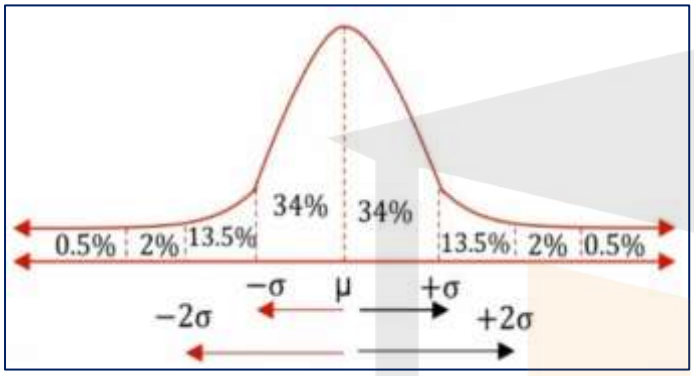
$$\Rightarrow n = \frac{6}{2} \Rightarrow n = 3$$

(a)

• التوزيع الطبيعي:

منحنى التوزيع الطبيعي يشبه الجرس والمساحة تحت المنحنى $= 1$

المساحة ناحية اليمين 0.5 والمساحة ناحية اليسار 0.5



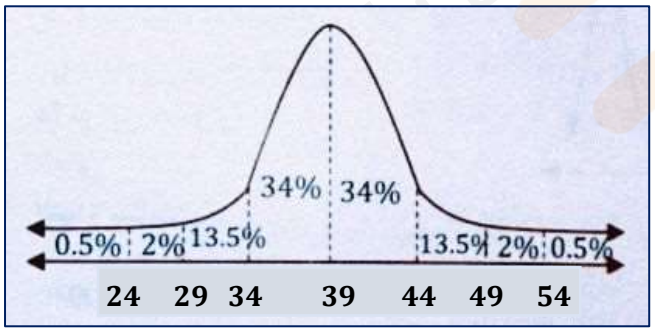
---

78) إذا كان المنحنى أمامك هو منحنى توزيع طبيعي لمتغير عشوائي فما احتمال أن يكون قيمته أقل من 44 ؟

a) 55% b) 67%

c) 81% d) 84%

✓ الحل



$$P(X \leq 44) = 34 + 34 + 13.5 + 2 + 0.5 = 84\%$$

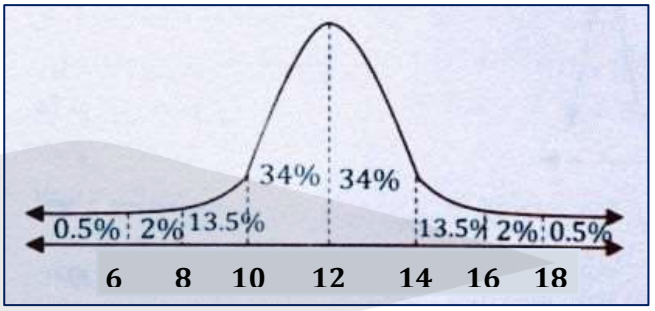
---

79) تتوزع مجموعة بيانات توزيعا طبيعيا وسطه الحسابي 12 وانحرافه المعياري 2 فما قيمة $p(10 < x < 16)$

a) 85% b) 81.5%

c) 40% d) 47.5%

✓ الحل



$p(10 < x < 16)$

$= 34\% + 34\% + 13.5\%$

$= 81.5\%$

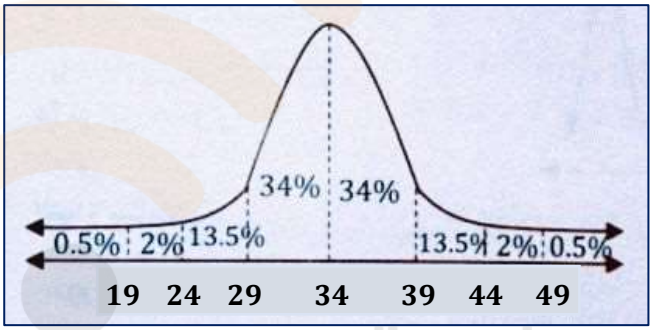
---

80) التوزيع الطبيعي وسطه الحسابي 34 وانحرافه المعياري 5 ما احتمال أن تكون قيمة تم اختيارها عشوائي أقل من 49

$a)\ 100\%$ $b)\ 99.5\%$

$c)\ 87\ \%$ $d)\ 68\%$

✓ الحل



أقل من 49 على الرسم أي المنحنى كله $- 0.5$

أي أن المساحة $= 99.5\%$

توزيع ذا الحدين:

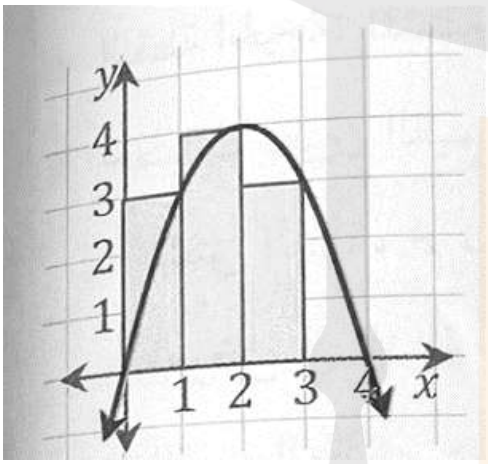
تجربة ذات الحدين هي تجربة فيها يكون الحدث له احتمال للنجاح واحتمال للفشل

إذا كانت P تعبر عن احتمال نجاح الحدث ، q تعبر عن احتمال فشل نفس الحدث فإنه عند إجراء عدد n من المحاولات المستقلة لهذه التجربة يكون

- **المتوسط الحسابي هو $\mu = np$**
- **التباين هو $\sigma^2 = npq$**
- **الانحراف المعياري هو $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$**

---

80) ما المساحة التقريبية المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x)$ الممثلة بالشكل ومحور x ؟



$a)\ 6$ $b)\ 10$

$c)\ 12$ $d)\ 24$

✓ الحل

نلاحظ أن عرض المستطيلات ثابت ويساوي 0 وحدة ، ومنه فإن ..

مساحة المستطيل الأول $= 1 \times 3 = 3$

مساحة المستطيل الثاني $= 1 \times 4 = 4$

مساحة المستطيل الثالث $= 1 \times 3 = 3$

المساحة التقريبية $= 3 + 4 + 3 = 10$

---

81) ما مساحة المنطقة الحصورة بين منحنى الاقتران ومحور x المعطاة بالتكامل المحدد

$$\int_0^3 x^2\,dx \ ؟$$

$a)\ 1$ $b)\ 3$

$c)\ 7$ $d)\ 9$

✓ الحل

$$\text{المساحة} = \int_0^3 x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^3 = \frac{(3)^3}{3} - \frac{(0)^3}{3}$$

$$= 9 - 0 = 9$$

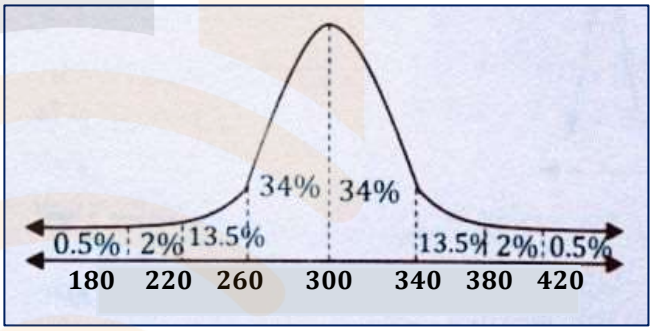
---

82) يتوزع عُمر 10000 مصباح كهربي توزيع طبيعي بمتوسط حسابي 300 يوم وإنحراف معياري 40 يوم كم مصباح يقع عمره بين 260 يوماً، 340 يوماً

$a)\ 3400$ $b)\ 2500$

$c)\ 6800$ $d)\ 5000$

✓ الحل



$$p(260 < x < 340) = 34\% + 34\% = 68\%$$

عدد المصابيح هو $\frac{68}{100} \times 10000 = 6800$

(c)

---

83) اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي x يعطى بالمجموعة

$$\left\{(0, 0.2), (1, 0.3), (2, 0.1), \left(3, \frac{k}{2}\right)\right\}$$

فما قيمة الثابت k ؟

$a)\ 0.2$ $b)\ 0.8$

$c)\ 0.3$ $d)\ 0.4$

✓ الحل

$$0.6 + \frac{k}{2} = 1$$

$$2 \times \frac{k}{2} = 0.4 \times 2$$

$$k = 0.8$$

(b)

---

84) في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها (3) أطفال وتسجيل المواليد حسب الجنس وتسلسل الولادة، إذا دلّ المتغير العشوائي x على عدد الأطفال الذكور، فما قيمة $L(x = 0)$ ؟

$a)\ \frac{1}{2}$ $b)\ \frac{1}{4}$

$c)\ \frac{3}{4}$ $d)\ \frac{1}{8}$

✓ الحل

(d)

---

85) اذا كان المتوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الأشخاص (44) سنة والانحراف المعياري لها (5) ، فما العمر الذي ينحرف انحرافين معياريين تحت المتوسط الحسابي؟

$a)\ 34$ $b)\ 39$

$c)\ 49$ $d)\ 54$

✓ الحل

$\mu = 4n$ $\quad z = \frac{x - m}{6}$

$6 = 5$ $\quad \frac{-2}{1} = \frac{x - 44}{5}$

$x = ??$ $\quad -10 = x - 44$

$z = -2$ $\quad +44 \quad +44$

$$34 = x$$

(a)

---

86) اذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلبة في امتحان اللغة العربية (60) ، والانحراف المعياري لها (5) ، فما قيمة العلامة المعيارية للعلامة (58) ؟

$a)\ 0.2$ $b)\ -0.04$

$c)\ 0.4$ $d)\ -0.4$

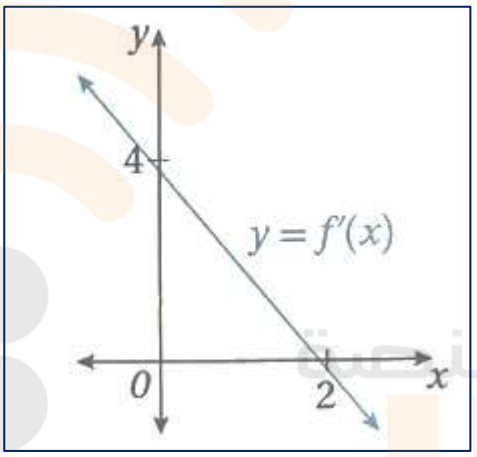
✓ الحل

$$z = \frac{58-60}{5} = \frac{-2}{5} =$$

(d)

---

87) يبين الشكل المجاور منحنى المشتقة الأولى للاقتران $f(x)$ ، إذا كان للاقتران $f(x)$ قيمة عظمى وهي 12، فإن قاعدة الاقتران $f(x)$ هي:



$a)\ f(x) = x^2 - 4x + 12$

$b)\ f(x) = 4 + 4x - x^2$

$c)\ f(x) = 8 + 4x - x^2$

$d)\ f(x) = x^2 - 4x + 16$

✓ الحل

---

89) قيمة $\int_0^3 (-x^2 + 3x)\,dx$ هي :

$a)\ 3\frac{3}{4}$ $b)\ 21\frac{1}{4}$

$c)\ 4\frac{1}{2}$ $d)\ 22\frac{1}{2}$

✓ الحل

---

90) قيمة $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$ هي :

$a)\ -2$ $b)\ -\frac{7}{16}$

$c)\ \frac{1}{2}$ $d)\ 2$

✓ الحل

---

91) $\int x\sqrt{3x}\,dx$ يساوي :

$a)\ \frac{2\sqrt{3}}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$

$b)\ \frac{5\sqrt{3}}{2}x^{\frac{5}{2}} + C$

$c)\ 2\sqrt{3x} + C$

$d)\ \frac{5\sqrt{3}}{5}x^{\frac{3}{2}} + C$

✓ الحل

92) التكامل المحدود الذي يمكن عن طريقه ايجاد المساحة بين منحنى الاقتران: $f(x) = 4x - x^2$، والمحور x هو:

$a)\ \int_4^0 (4x - x^2)\,dx$

$b)\ \int_0^4 (4x - x^2)\,dx$

$c)\ \int_1^0 (4x - x^2)\,dx$

$d)\ \int_0^1 (4x - x^2)\,dx$

✓ الحل

---

93) يدل المتغير العشوائي $X \sim N(100, \sigma^2)$ على أطوال الأفاعي في أحد مجتمعاتها. إذا كانت أطوال 0.68 منها تتراوح بين $107\ cm, 93\ cm$ ، فإن σ^2 يساوي:

$a)7$ $b)14$

$c)49$ $d)\ \sqrt{7}$

✓ الحل

(c)

---

94) تتبع العلامات في أحد الاختبارات توزيعا طبيعيا وسطه الحسابي 68 ، وانحرافه المعياري 15. إذا لم ينجح في الاختبار 16% من الطلبة، فإن علامة النجاح هي:

$a)\ 23$ $b)\ 38$

$c)\ 68$ $d)\ 53$

✓ الحل

---

95) المساحة (بالوحدات المربعة) التي تقع يسار القيمة $z = -1.73$ أسفل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري تساوي:

$a)\ 0.4582$ $b)\ 0.5280$

$c)\ 0.0418$ $d)\ 0.9582$

✓ الحل

---

96) إذا كان $\int_1^5 (2ax + 7)\,dx = 4a^2$ ، $a > 0$

فجد قيمة الثابت a

$a)\ a$ $b)\ 5$

$c)\ 7$ $d)\ 8$

✓ الحل

$$\frac{2ax^2}{2} + 7x\Big]_1^5 = 4a^2$$

$$(25a + 35) - (a + 7) = 4a^2$$

$$25a + 35 - a - 7 = 4a^2$$

$$24a + 28 = 4a^2$$

$$\frac{-4a^2}{-4} + \frac{24a}{-4} + \frac{28}{-4} =$$

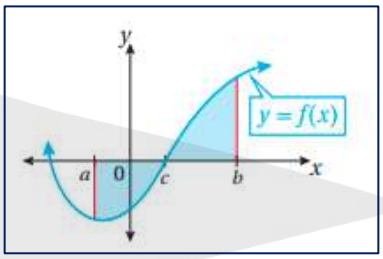
$$a^2 - 6a - 7 = 0$$

$$(a + 1)(a - 7)$$

$$\boxed{a = -1} \quad \boxed{a = 7}$$

(c)

97) مساحة المنطقة المظللة في الشكل المعطى هي:



$a)\ \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$

$b)\ -\int_a^b f(x)\,dx$

$c)\ -\int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$

$d)\ \int_a^b f(x)\,dx$

✓ الحل

---

98) إذا كان $X \sim B(4, 0.4)$ ، فإن $P(X = 3)$ يساوي:

$a)\ 0.1536$ $b)\ 0.0384$

$c)\ 0.064$ $d)\ 0.3456$

✓ الحل

99) اذا كان X متغيرا عشوائيا ذا حدين، وكان معامله $n = 320$ ، وتوقعه 60 ، فإن المعامل p هو:

$a)\ \frac{3}{16}$ $b)\ \frac{13}{16}$

$c)\ \frac{5}{16}$ $d)\ \frac{3}{4}$

✓ الحل

100) اذا كان $X \sim B(8, 0.1)$ ، فإن $P(X < 2)$ إلى أقرب 4 منازل عشرية يساوي:

$a)\ 0.3826$ $b)\ 0.8131$

$c)\ 0.4305$ $d)\ 0.1488$

✓ الحل

---

101) اذا كان X متغيرا عشوائيا ذا حدين، وتوقعه 8 ، وتباينه $\frac{20}{3}$ ، فإن المعامل n هو:

$a)\ 32$ $b)\ 48$

$c)\ 64$ $d)\ 56$

✓ الحل

---

102) النسبة المئوية لمساحة المنطقة المحصورة بين $\mu - 3\sigma$ و $\mu + 3\sigma$ أسفل منحنى التوزيع الطبيعي هي:

$a)\ 68\%$ $b)\ 95\%$

$c)\ 99.7\%$ $d)\ 89.7\%$

✓ الحل

103) اذا كانت علامات 2000 طالب في أحد الاختبارات تتبع توزيعا طبيعيا، وسطه الحسابي 80 ، وانحرافه المعياري 4 ، فإن عدد الطلبة الذين تقل علاماتهم عن 80 هو تقريبا:

$a)\ 453$ $b)\ 1547$

$c)\ 1567$ $d)\ 715$

✓ الحل

104) التكامل المحدود الذي يمكن عن طريقه إيجاد المساحة بين منحنى الاقتران $f(x) = 4x - x^2$ ، والمحور x هو:

$a)\ \int_4^0 (4x - x^2)\,dx$

$b)\ \int_1^0 (4x - x^2)\,dx$

$c)\ \int_0^4 (4x - x^2)\,dx$

$d)\ \int_0^1 (4x - x^2)\,dx$

✓ الحل

---

105) الاقتران الأصلي $L(x)$ للاقتران $f(x) = \frac{2}{2x+1}$ هو:

$a)\ \ln|x+1| + c$

$b)\ \ln|2x+1| + c$

$c)\ \ln|x+1|$

$d)\ \ln|4x+1| + c$

✓ الحل

---

106) اذا كان $\int \left(\frac{P}{2x^2} + Q\right) dx = \frac{2}{x} + 10x + c$ ،

فإن قيمة المقدار $P + Q$ تساوي:

$a)\ 10$ $b)\ -4$

$c)\ 14$ $d)\ 6$

✓ الحل

---

107) اذا كان $f'(x) = 6x^2 + 5$ ، الاقتران $f(x)$ يمر منحناه بالنقطة $(1, 9)$ ، فإن $f(-1)$ تساوي:

$a)\ 5$ $b)\ -5$

$c)\ -1$ $d)\ 9$

✓ الحل

---

108) يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران $v(t) = t + 2$ ، حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية، الموقع الابتدائي للجسيم هو $11\ m$ ، فإن موقع الجسيم بعد 8 ثواني من بدء حركته هو:

$a)\ 59$ $b)\ 31$

$c)\ 91$ $d)\ 83$

✓ الحل

---

109) اذا كان $\int_0^5 2f(x)\,dx = 20$ ،

$\int_5^7 f(x)\,dx = 3$ فإن $\int_0^7 f(x)\,dx$ يساوي :

$a)\ 13$ $b)\ 7$

$c)\ -4$ $d)\ -13$

✓ الحل

110) اذا كان $f(x)=\begin{cases}12 & ,x<2\\ 3x^2 & ,x\geq 2\end{cases}$ ،

فإن قيمة $\int_1^4 f(x)\,dx$ تساوي :

$a)\ 68$ $b)\ 86$

$c)\ 80$ $d)\ 88$

✓ الحل

---

111) قيمة : $\int_0^1 |x-1|\,dx$ هي :

$a)\ -\frac{1}{2}$ $b)\ \frac{1}{2}$

$c)\ 2$ $d)\ -2$

✓ الحل

---

112) في التجربة الاحتمالية الهندسية فإن جميع العبارات الآتية صحيحة ما عدا واحدة هي:

$a)$ اشتمال التجربة على محاولات مستقلة ومتكررة ومحدد عددها

$b)$ فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نجاح أو فشل

$c)$ ثبات احتمال النجاح في كل محاولة

$d)$ التوقف عند أول نجاح

✓ الحل

113) اذا كان $X\sim Geo(p)$ ، وكان $P(X=1)=0.2$ ، فإن $E(X)$ يساوي:

$a)\ 2$ $b)\ 10$

$c)\ 5$ $d)\ 0.2$

✓ الحل

---

114) عند إلقاء قطعة نقد غير منتظمة، كان احتمال ظهور الصورة . إذا ألقيت قطعة النقد بصورة متكررة حتى تظهر الصورة أول مرة، فإن احتمال ظهور الصورة أول مرة عند إلقاء قطعة النقد في المرة الثانية يساوي:

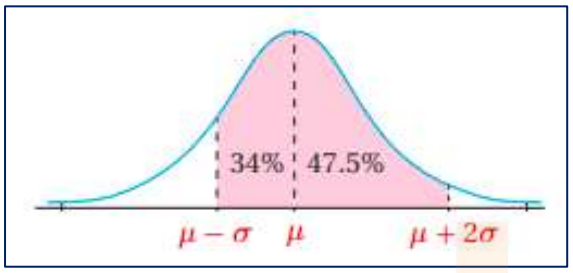
$a)\ \frac{18}{125}$ $b)\ \frac{2}{25}$

$c)\ \frac{6}{25}$ $d)\ \frac{3}{25}$

✓ الحل

---

115) يمثل الشكل المجاور منحنى التوزيع الطبيعي لكتل مجموعة من طلبة الصف الثاني عشر، فإن المنطقة المظللة تمثل:



$a)$ النسبة المئوية للطلبة الذين تقع كتلهم فوق الوسط الحسابي

$b)$ النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البعد بين كتلهم والوسط الحسابي على انحراف معياري واحد

$c)$ النسبة المئوية للطلبة الذين تقل كتلهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد عن انحرافين معياريين

$d)$ النسبة المئوية للطلبة الذين تزيد كتلهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد عن انحرافين معياريين، أو تقل عنه بمقدار لا يزيد عن انحراف معياري واحد

116) توصلت دراسة إلى أن أطوال النساء في إحدى المدن تتبع توزيعا طبيعا، وسطه الحسابي $167\ cm$ ، وانحرافه المعياري $8\ cm$. اذا اختيرت امرأة عشوائيا، فإن احتمال أن يكون طول المرأة أقل من $167\ cm$ هو:

$a)\ 0.5$ $b)\ 0.34$

$c)\ 0.68$ $d)\ 0.475$

✓ الحل

---

117) اذا كان $X \sim N(20,4)$ ، فإن $P(18 < X < 22)$ يساوي:

$a)\ 0.475$ $b)\ 0.34$

$c)\ 0.68$ $d)\ 0.16$

✓ الحل

---

118) قيمة : $\int \frac{x^3-1}{x^2}dx$ هي :

$a)\ \frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+c$

$b)\ \frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}+c$

$c)\ x^2-\frac{1}{x}+c$

$d)\ x^2+\frac{1}{x}+c$

✓ الحل

$$\int \frac{x^3}{x^2}-\frac{1}{x^2}dx \Rightarrow \int x-x^{-2}\,dx$$

$$\frac{x^2}{2}-\frac{x^{-1}}{-1}+c \Rightarrow \boxed{\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}+c}$$

(b)

---

120) قيمة : $\int_0^3 (-x^2+3x)\,dx$ هي :

$a)\ 22\frac{1}{2}$ $b)\ 3\frac{3}{4}$

$c)\ 21\frac{1}{4}$ $d)\ 4\frac{1}{2}$

✓ الحل

$$\frac{-x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}\Big]_0^3$$

$$\left(\frac{-9}{1}+\frac{27}{2}\right)-0 \Rightarrow \frac{-18+27}{2}=\frac{9}{2}=4.5$$

(d)

---

121) قيمة : $\int_0^2 e^{2x}\,dx$ هي :

$a)\ e^4-1$ $b)\ e^4-2$

$c)\ 2e^4-2$ $d)\ \frac{1}{2}e^4-\frac{1}{2}$

✓ الحل

$$\frac{e^{2x}}{2}\Big]_0^2$$

$$\frac{e^4}{2}-\frac{e^0}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}e^4-\frac{1}{2}$$

(d)

122) قيمة : $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$ هي :

$a)\ 2$ $b)\ -2$

$c)\ -\frac{7}{16}$ $d)\ \frac{1}{2}$

✓ الحل

$$\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$$

$$\int_1^4 \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}dx \Rightarrow \int_1^4 x^{-\frac{1}{2}}dx$$

$$\frac{2}{1}x^{\frac{1}{2}}\Big]_1^4$$

$$2\sqrt{x}\Big]_1^4 \Rightarrow 4-2=2$$

(a)

---

123) إذا كان $X \sim Geo(p)$ وكان

$P(X=2)=0.2$ فإن قيمة p

$a)\ 0.6, 0.4$ $b)\ 0.3, 0.1$

$c)\ 0.2, 0.5$ $d)\ 0.3, 0.7$

---

124) إذا كان $X \sim Geo\left(\frac{3}{8}\right)$ فإن $E(X)$:

$a)\ \frac{3}{8}$ $b)\ \frac{8}{3}$

$c)\ \frac{1}{8}$ $d)\ \frac{5}{8}$

---

125) إذا كان $X \sim Geo(p)$ وكان $E(X)=\frac{4}{3}$ فإن قيمة p :

$a)\ \frac{3}{4}$ $b)\ \frac{1}{4}$

$c)\ \frac{3}{5}$ $d)\ \frac{1}{8}$

---

126) X متغير عشوائي هندسي ، $E(X)=2$ فإن قيمة $P(X>3)$

$a)\ \frac{3}{5}$ $b)\ \frac{1}{8}$

$c)\ \frac{3}{8}$ $d)\ \frac{4}{5}$

---

127) إذا كان $X \sim Geo(p)$ وكان

$P(X=1)=0.2$ فإن $E(X)$

$a)\ 3$ $b)\ 7$

$c)\ 5$ $d)\ 8$

---

128) يرمي علي حجر نرد بشكل متكرر ، ويتوقف عند ظهور العدد 3 إذا كان X يمثل عدد مرات رمي حجر النرد ، فإن احتمال أن يرمي علي حجر النر اكثر من 4 مرات.

$a)\ \frac{625}{1296}$ $b)\ \frac{213}{756}$

$c)\ \frac{121}{721}$ $d)\ \frac{107}{2153}$

---

129) قرص دائري مقسم إلى 4 قطاعات متطابقة، إذا دلّ المتغير العشوائي X على عدد مرات تدوير المؤشر حتى يقف عند اللون الأحمر: فإن احتمال تدوير مؤشر القرص ثلاث مرات على الأقل حتى يقف عند اللون الأحمر أول مرة.

$a)\ \frac{9}{16}$ $b)\ \frac{7}{15}$

$c)\ \frac{5}{16}$ $d)\ \frac{1}{15}$

130) يريد مراسل اجراء مقابلات مع سكان احدى القرى وسؤالهم عن مشاهدة مباراة نهائي كأس العالم ثم التوقف عن ذلك عند مقابلة أول شخص شاهد المهاراة إذا كان لديه احصائية تشير إلى أن ما نسبته 4% من سكان القرية قد شاهدوا المهاراة كم شخص يتوقع أن يسأله المراسل قبل مقابلته شخصاً شاهد المباراة

$a)\ 20$ $b)\ 19$

$c)\ 25$ $d)\ 24$

---

131) أعلنت أحدى شركات تصنيع حبوب الفطور عن وجود لعبة مجانية في بعض علب الحبوب إذا احتوت علبه من كل 5 علب على لعبة إذا دل المتغير العشوائي X على عدد العلب التي ستفتح حتى تظهر اللعبة، كم علبة يتوقع أن تفتح حتى نجد أول لعبة

$a)\ 5$ $b)\ 4$

$c)\ 6$ $d)\ 13$

---

132) القي حجر نرد منتظم ذو سبعة أوجه مرقمة من 1 إلى 7 بشكل متكرر حتى ظهور العدد 5 فإن احتمال القاء حجر النرد 3 مرات.

$a)\ \frac{213}{718}$ $b)\ \frac{15}{713}$

$c)\ \frac{25}{173}$ $d)\ \frac{36}{343}$

---

133) أطلق علي رصاصة نحو هدف بصورة متكررة ثم يتوقف بعد اصابته الهدف إذا كان احتمال اصابة الهدف في كل مرة هو 0.3 فإن احتمال أن يصيبه أول مرة في المحاولة الرابعة.

$a)0.6137$ $b)\ 0.2315$

$c)0.1029$ $d)\ 0.3157$

---

134) في دراسة لعالم احياء ، توصل إلى أن واحد من كل 5 فراشات لديها جسم بيض اللون إذا بدأ العالم بجمع الفراشات عشوائياً على أن يتوقف عند إيجاد أول فراشة جسمها أبيض ، فإن احتمال أن يتوقف العالم عن جمع الفراشات عند جمعه 6 فراشات.

$a)\ \frac{111}{505}$ $b)\ \frac{172}{517}$

$c)\ \frac{1737}{1813}$ $d)\ \frac{1024}{15625}$

---

134) اصلح رجل محرك أحدى السيارات ، لكنه لم يستطع تجربة تشغيله إلا مرة واحدة كل 15 دقيقة ، إذا كان احتمال أن يعمل المحرك عند محاولة تشغيله هو 0.6 فإن احتمال أن يعمل المحرك أول مرة بعد مضي أكثر من ساعة على محاولة اصلاحه.

$a)\ 0.0172$ $b)\ 0.0256$

$c)\ 0.1023$ $d)\ 0.7517$

- احتمال اصابة شخص باعراض جانبية بعد تناوله دواء معين هو 0.4 قرر طبيب اعطاء مرضاه الدواء إلى حين ظهور أول اصابة باعراض جانبية ، أجب عن الفقرات الآتية:

135) احتمال أن يزيد عدد المرضى الذين سيتناولون الدواء على 3 مرضى.

$a)\ 0.818$ $b)\ 0.107$

$c)\ 0.216$ $d)\ 0.213$

---

136) العدد المتوقع للمر ضى الذين سيتناولون الدواء حين ظهور أول أصابة باعراض الدواء الجانبية.

$a)\ \frac{9}{4}$ $b)\ \frac{7}{3}$

$c)\ \frac{15}{2}$ $d)\ \frac{5}{2}$

137) تفيد احصائيات اصدرتها الجامعة بأن 25% فقط من طلبة الجامعة يمارسون التمرينات الرياضية بشكل منتظم إرادت الجامعة اجراء مقابلات عشوائية مع الطلبة لتعرف إذا كانوا يمارسون هذه التمرينات بانتظام أم لا . فإن عدد الطلبة المتوقع مقابلتهم قبل مصادفة أول طالب يمارس التمرينات الرياضية بشكل منتظم.

$a)\ 4$ $b)\ 3$

$c)\ 5$ $d)\ 6$

---

138) إذا كان $X \sim Geo\ (0.2)$ فإن قيمة $P(X \leq 2)$

$a)\ 0.64$ $b)\ 0.8$

$c)\ 0.288$ $d)\ 0.36$

- إذا كان احتمال أن يصيب شخص ما هدفاً في كل طلقة يطلقها على الهدف يساوي 0.3 فإذا أطلق على الهدف بشكل متكرر على أن يتوقف عند اصابته الهدف أول مرة أجب عن الفقرات الآتية:

139) ما احتمال أن يطلق على الهدف مرتين على الأقل

$a)\ 0.7$ $b)\ 0.5$

$c)\ 0.2$ $d)\ 0.1$

---

140) ما عدد الطلقات المتوقع اطلاقها حتى اصابة الهدف.

$a)\ \frac{5}{2}$ $b)\ 10$

$c)\ 3$ $d)\ \frac{10}{3}$

- رمى حجر نرد منتظم مرقم من (1-6) حتى ظهور عدد أولي ، أجب عن الفقرات الآتية:

141) ما احتمال القاء حجر النرد 3 مرات لظهور عدد أولي.

$a)\ \frac{1}{27}$ $b)\ \frac{2}{27}$

$c)\ \frac{1}{8}$ $d)\ \frac{1}{16}$

---

142) ما احتمال القاء حجر النرد أقل من 3 مرات حتى ظهور عدد أولي.

$a)\ \frac{1}{8}$ $b)\ \frac{3}{4}$

$c)\ \frac{5}{8}$ $d)\ \frac{1}{2}$

143) ما احتمال القاء حجر النرد أكثر من 4 مرات حتى ظهور عدد أولي.

$a)\ \frac{1}{8}$ $b)\ \frac{1}{16}$

$c)\ \frac{5}{8}$ $d)\ \frac{1}{5}$

---

144) أي العبارات الآتية تمثل تجربة احتمالية ذات حدين:

$a)$ إلقاء 3 قطع نقد ثم كتابة عدد الصور التي ظهرت

$b)$ القاء قطعتي نقد منتظمتين ، حتى ظهور صورتين

$c)$ اختيار 5 طلاب عشوائياً في صف فيه 7 أولاد، 5 بنات لتشكيل فريق ، ثم كتابة عدد الأولاد الذين وقع عليهم الاختيار.

145) رمى مروان حجر نرد منتظم 4 مرات، ما احتمال ظهور الرقم 5 على الوجه العلوي 3 مرات.

$a)0.015$ $b)0.027$

$c)0.124$ $d)0.714$

---

146) إذا كان احتمال نجاح عملية طرحية هو 0.2 اجرى طبيب هذه العملية 3 مرات ، ما احتمال أن تنجح عمليتان على الاقل

$a)\ 0.914$ $b)\ 0.513$

$c)\ 0.104$ $d)\ 0.714$

---

147) اجريت دراسة على الآثار الجانبية الظاهرة بعد تناول دواء جديد، وقد خلصت الدراسة أن 30% من الأطفال الذين تناولوا هذه الدواء تظهر عليهم اعراض جانبية. إذا أعطى طبيب هذا الدواء لـ 6 أطفال كم طفلاً يتوقع ان تظهر عليه هذه الاعراض.

$a)\ 7.1$ $b)\ 3.7$

$c)\ 5$ $d)\ 1.8$

---

148) بعد اجراء مسح للسيارات التي صنعتها شركة ما تبين ان في 7% منها عطلاً ميكانيكياً ، إذا استورد وكيل للشركة في أحدى الدول 200 سيارة ، فإن عدد السيارات التي يتوقع أن يظهر فيها عطل

$a)\ 10$ $b)14$

$c)\ 17$ $d)25$

---

149) إذا كان $\int_1^3 f(x)fx = 6$ وكان $\int_3^1 g(x)dx = -2$ فإن قيمة $\int_1^3 (2f(x) + g(x))$ هي :

$a)\ 14$ $b)10$

$c)8$ $d)\ 4$

---

150) إذا كان $\int_{-1}^{7} \frac{f(x)}{2} dx = 1$ وكان $\int_{-1}^{4} f(x)dx = 8$ فإن قيمة $\int_4^7 f(x)dx$

$a)-6$ $b)-12$

$c)-7$ $d)\ 9$

---

151) إذا كان $\int_{-1}^{k} 6x^2 dx = 14$ فإن قيمة الثابت k هي:

$a)\ 2$ $b)-2$

$c)\ 6$ $d)\ 8$

---

152) ناتج $\int \frac{10}{\sqrt{x}}\ dx$ هو :

$a)\ 10\sqrt{x} + C$ $b)20\sqrt{x} + C$

$c)-10\sqrt{x} + C$ $d)-20\sqrt{x} + C$

---

153) ناتج $\int \frac{x+1}{2x^2+4x+5}$ هو :

$a)\ \ln|2x^2 + 4x + 5| + C$

$b)\ 4\ln|2x^2 + 4x + 5| + C$

$c)\ \frac{1}{4}\ln|2x^2 + 4x + 5| + C$

$d)\ln|x + 1| + C$

---

154) ناتج $\int 2e^{2x-3}\ dx$ هو :

$a)\ \frac{1}{2}\ e^{2x-3} + C$ $b)2\ e^{2x-3} + C$

$c)-\frac{1}{2}\ e^{2x-3}$ $d)e^{2x-3} + C$

---

155) ناتج $\int \frac{1}{x^2-4x+4}\ dx$ هو :

$a)\ \frac{1}{x+2} + C$ $b)\ \frac{-1}{x+2} + C$

$c)\ \frac{1}{x-2} + C$ $d)\ \frac{-1}{x-2} + C$

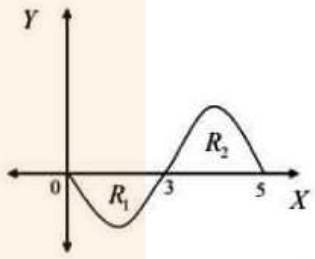
156) ناتج $\int_0^1 |x-1|dx$ هو :

$a)\ 2$ $b)\ -2$

$c)\ \frac{1}{2}$ $d)\ -\frac{1}{2}$

---

157) اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران $f(x)$ إذا كانت المساحة $R_1 = 7$ والمساحة المحصور بين منحنى الاقتران $f(x)$ والمحور X في $[0,5]$ تساوي (17) وحدة مربعة فإن $\int_0^5 f(x)\,dx$:



$a)\ 3$ $b)\ -3$

$c)\ 21$ $d)\ -21$

---

157) إذا كان $X \sim Geo\ (0.3)$ فإن قيمة $P(X<1)$:

$a)\ 0.7$ $b)\ 0.3$

$c)\ 1$ $d)0$

---

158) إذا كان $X \sim Geo\left(\frac{1}{2}\right)$ فإن قيمة $P(X \le 3) + P(X > 3)$

$a)\ 0$ $b)\ 1$

$c)\ \frac{1}{2}$ $d)\ \frac{2}{3}$

---

159) إذا كان $X \sim Geo(p)$ وكان $P(X=1) = 0.4$ فأجد التوقع $E(X)$

$a)\ 2.5$ $b)\ 0.4$

$c)\ 1$ $d)\ 0.6$

---

160) إذا كان $X \sim B(n, 0.7)$ وكان التوقع (14) فإن قيمة التباين:

$a)\ 0.7$ $b)\ 0.3$

$c)\ 196$ $d)\ 4.2$

---

161) إذا كان $X \sim B(3,p)$ وكان $P(X<3) = \frac{7}{8}$ فإن قيمة p

$a)\ \frac{1}{4}$ $b)\ \frac{1}{2}$

$c)\ \frac{7}{8}$ $d)\ \frac{1}{8}$

---

162) من خصائص التوزيع الطبيعي:

$a)$ الوسط الحسابي > الوسيط > المنوال

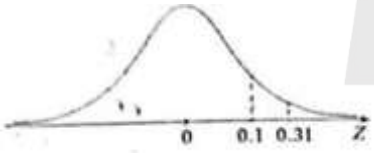
$b)$ الوسط الحسابي > الوسيط > المنوال

$c)$ الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال

$d)$ المنوال > الوسط الحسابي > الوسيط

---

163) مساحة المنطقة المظللة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري في الشكل المجاور تساوي:



$a)\ 0.0082$ $b)\ 0.0819$

$c)\ 0.819$ $d)0.882$

---

164) إذا كان X متغيراً عشوائياً ذا حدين وكان توقعه 8 وتباينه $\frac{20}{3}$ فإن المعامل n هو :

$a)\ 32$ $b)\ 64$

$c)\ 56$ $d)\ 48$

---

165) إذا اتخذت كتل مجموعة من الطلبة شكل التوزيع الطبيعي: فأن النسبة المئوية للطلبة تقع أطوالهم تحت الوسط الحسابي هي:

$a)\ 50\%$ $b)\ 68\%$

$c)\ 99\%$ $d)\ 100\%$

---

166) إذا كان $X \sim Geo(p)$ وكان $P(X=a) = 0.8(0.2)^2$ فإن قيمة a هي:

$a)\ 2$ $b)\ 3$

$c)\ 0.8$ $d)\ 0.2$

167) إذا كان $X \sim Geo(p)$ وكان $P(X > 3) = 0.82$ فإن قيمة $P(X \geq 3)$ هي

$a)\ 0.82$ $b)\ 0.18$

$c)\ 0.28$ $d)\ 0.17$

---

168) إذا كان $X \sim Geo(p)$ وكان $E(X) = \frac{4}{3}$ فإن قيمة p تساوي:

$a)\ \frac{4}{3}$ $b)\ \frac{2}{3}$

$c)\ \frac{3}{2}$ $d)\ \frac{3}{4}$

---

169) النسبة المئوية لمساحة المنطقة التي لا يزيد البعد بينهما وبين الوسط على مثلي الانحراف المعياري هي:

$a)\ 68\%$ $b)\ 95\%$

$c)\ 77.7\%$ $d)\ 47.5\%$

---

170) في التوزيع الطبيعي ، إذا كانت $P(Z > 1) = 0.1587$ فإن قيمة $P(-1 < Z < 1)$ هي:

$a)\ 0.1587$ $b)\ 0.8413$

$c)\ 0.6826$ $d) 0.3174$

---

171) قيمة الثابت (k) التي تجعل $\int_{-1}^{3} kx^2\ dx = 28$ تساوي:

$a)\ 2$ $b)\ -3$

$c)\ 3$ $d)\ 9$

---

172) قيمة : $\int \left(\frac{3x^3-1}{x}\right) dx$ يساوي:

$a)\ x^3 - \ln|x| + C$ $b)\ x^3 + \ln|x| + C$

$c)\ x^2 - \ln|x| + C$ $d)\ x^3 - \frac{1}{x^2} + C$

---

173) قيمة : $\int (1-x)^3\ dx$ يساوي:

$a)\ 2(1-x) + C$ $b)\ -2(1-x) + C$

$c)\ \frac{1}{3}(1-x)^3 + C$ $d)\ -\frac{1}{3}(1-x)^3 + C$

---

174) إذا كان $\int_1^5 f(x)dx = 6$ ، $\int_1^2 f(x) = -4$ فإن قيمة $\int_2^5 f(x)dx$ تساوي:

$a)\ 10$ $b)\ 6$

$c)\ 2$ $d)\ -10$

---

175) مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x) = x^2 + 1$ والمحور (x) والمستقيمين $(x = 1\ ,\ x = 4)$ تساوي:

$a)\ 26$ $b)\ 24$

$c)\ 21$ $d)\ 18$

---

176) ناتج $\int 3x\sqrt{x^2+4}\ dx$ هو:

$a)\ \sqrt{(x^2+4)^3} + C$

$b)\ \sqrt{x^2+4} + C$

$c)\ \frac{\sqrt{(x^2+4)^3}}{3} + C$

$d)\ 3\sqrt{x^2+4} + C$

---

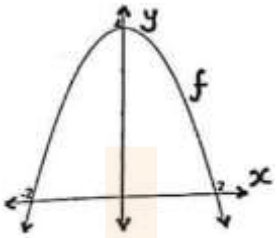
177) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل الاقتران f إذا كان $f'(x) = -2x$ فإن قاعدة الاقتران $f(x)$ هي:

$a)\ f(x) = 4 - x^2$

$b)\ f(x) = 4 - 2x^2$

$c)\ f(x) = -2 - x^2$

$d)\ f(x) = 2 - x^2$



178) ناتج $\int (5-\sin(5-5x))dx$ هو:

$a)\ \frac{1}{5}\cos(5-5x)+C$

$b)\ 5x-\frac{1}{5}\cos(5-5x)+C$

$c)\ 5x+\frac{1}{5}\cos(5-5x)+C$

$d)\ 5x-\frac{1}{5}\cos\left(5x-\frac{5}{2}x^2\right)+C$

---

179) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة y الذي يمر بالنقطة $(5,2)$ هو $\frac{dy}{dx}=\frac{x^2+10}{x^2}$ فإن قاعدة العلاقة y هي:

$a)\ y=x-10x^{-1}+1$

$b)\ y=x+10x^{-1}-1$

$c)\ y=x-10x^{-1}-1$

$d)\ y=x+10x^{-1}+1$

---

180) إذا كان الاقتران $R'(x)=x^2-3$ يمثل الإيراد الحدي (بالدينار) لكل قطعة تباع من منتجات احدى الشركات حيث x عدد القطع المبيعة و $R(X)$ إيراد بيع x قطعة بالدينار، فإذا علم أن $R(0)=0$ فإن اقتران الإيراد $R(x)$ هو

$a)\ \frac{1}{3}x^3+3x$ $b)\ \frac{1}{3}x^3+x$

$c)\ \frac{1}{3}x^3-3$ $d)\ x^3-3x$

---

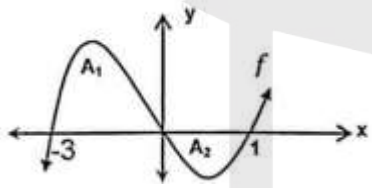
181) يتحرك جسيم في مسار مستقيم سرعته المتجهة بالاقتران $v(t)=t+2$ حيث t الزمن بالثواني و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم هو 11 m فإن موقع الجسيم بعد 8 ثواني من بدء الحركة يساوي:

$a)\ 91\ m$ $b)\ 56\ m$

$c)\ 40\ m$ $d)\ 59\ m$

---

182) معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل الاقتران f إذا علمت أن مساحة المنطقة A_1 تساوي 12 وحدة مربعة ومساحة المنطقة A_2 تساوي 3 وحدة مربعة ، فإن $\int_{-3}^{1} f(x)dx$ يساوي:



$a)\ -15$ $b)\ -9$

$c)\ 9$ $d)\ 15$

---

183) باستعمال جدول التوزيع الطبيعي المعياري ، إذا كان $P(Z<a)=0.32$ فإن قيمة a هي:

$a)\ 0.68$ $b)\ -0.75$

$c)\ 0.46$ $d)\ -4.46$

---

184) إذا كان $X\sim N(36,8^2)$ فإن القيمة المعيارية z التي تقابل $x=44$ هي:

$a)\ 0.125$ $b)\ 1$

$c)\ -1$ $d)\ -0.125$

---

185) إذا كان $\int_a^b f(x)\,dx=8$ فإن قيمة $\int_b^a 2f(x)dx$ هي :

$a)\ 16$ $b)\ -8$

$c)\ 8$ $d)\ -16$

---

186) إذا كان $\int_3^1 (2f(x)-4)$ فإن قيمة $\int_1^3 (f(x)+2x)$ هي:

$a)\ 6$ $b)\ -6$

$c)\ 16$ $d)\ -16$

---

187) قيمة $\int \frac{e^x+7}{e^x}$ تساوي:

$a)\ x-7e^x+C$ $b)\ x-\frac{7}{e^x}+C$

$c)\ e^x+7e^x+C$ $d)\ 1+7e^x+C$

188) إذا كان $X \sim Geo(0.3)$ فإن قيم المتغير العشوائي (X) يساوي:

$a)\ \{1,2,3\}$ $b)\ \{0,1,2,3\}$

$c)\ \{1,2,3,4,\dots\}$ $d)\ \{0,1,2,3,4,\dots\}$

---

189) إذا كان $X \sim Geo\left(\frac{1}{4}\right)$ فإن $P(1 < X < 4)$ يساوي

$a)\ \frac{21}{64}$ $b)\ \frac{15}{64}$

$c)\ \frac{45}{64}$ $d)\ \frac{19}{64}$

---

190) إذا كان $X \sim B(10, 0.3)$ فإن $\mathrm{Var}(X)$ يساوي:

$a)\ 0.3$ $b)\ 3$

$c)\ 0.21$ $d)\ 2.1$

---

191) إذا كان $X \sim B\left(n, \frac{1}{7}\right)$ و $E(X)$ فإن قيمة (n) تساوي:

$a)\ \frac{6}{7}$ $b)\ 42$

$c)\ \frac{1}{42}$ $d)\ 49$

---

192) إذا كان $X \sim N(23, 2.25)$ فإن قيمة $P(23 < X < 24.5)$ تساوي:

$a)\ 0.34$ $b)\ 0.16$

$c)\ 0.75$ $d)\ 0.85$

---

193) النسبة المئوية لمساحة المنطقة المحصورة بين $(\mu - \sigma)$ و $(\mu + 2\sigma)$ أسفل منحنى التوزيع الطبيعي هي:

$a)\ 13.5\%$ $b)\ 18.55$

$c)\ 68\%$ $d)\ 81.5\%$

---

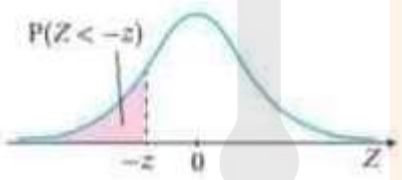
194) إذا كان (X) متغير عشوائي طبيعي وسطه الحسابي (4) وانحراه المعياري (3) فإنه يرمز لهذا المتغير بالرمز:

$a)\ X \sim N(3, 4^2)$ $b)\ X \sim N(4^2, 3^2)$

$c)\ X \sim N(4^2, 3)$ $d)\ X \sim N(4, 3^2)$

---

195) لإيجاد قيمة المساحة المظللة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري في الشكل المجاور نستخدم القاعدة :



$a)\ 1 - P(Z < z)$ $b)\ P(Z < z)$

$c)\ P(Z < z) - 1$ $d)\ -P(Z < z)$

---

192) إذا كان (X) متغيرا عشوائياً طبيعيا وسطه الحسابي 96 وانحرافه المعياري 7 ، فإن قيمة (x) التي تقابل القيمة المعيارية $(z = -2)$ تساوي:

$a)\ 82$ $b)\ 110$

$c)\ 7$ $d)\ 94$

---

193) إذا كان $X \sim N(30, 100)$ فإن قيمة $P(X < 40)$ يساوي:

$a)\ 0.815$ $b)\ 0.5$

$c)\ 0.34$ $d)\ 0.84$

---

194) إذا كان (X) متغيراً عشوائياً ذا حدين وكان تباينه $\left(\frac{20}{3}\right)$ وتوقعه (8) فإن المعامل (n) هون:

$a)\ 32$ $b)\ 56$

$c)\ 48$ $d)\ 64$

---

195) إذا كان (X) متغيراً عشوائياً هندسياً وكان التوقع $E(X)$ فإن $P(X > 5)$ يساوي:

$a)\ \frac{3}{32}$ $b)\ \frac{1}{32}$

$c)\ \frac{1}{16}$ $d)\ \frac{1}{2}$

196) يتحرك جسيم علي خط مستقيم، بحيث أن سرعته بعد (t) ثانية منذ بدء الحركة تعطى حسب العلاقة $v(t) = 6\sin(3t-1)\ \text{m/s}$ فإن القاعدة التي تمثل موقع الجسم بعد مرور (t) ثانية منذ بدء الحركة هي:

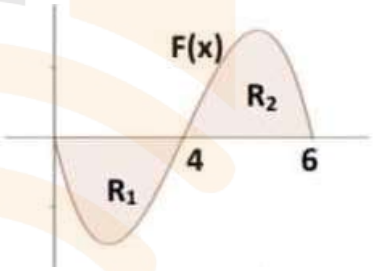
$a)\ s(t) = 6\cos(3t-1) + C$

$b)\ s(t) = -6\cos(3t-1) + C$

$c)\ s(t) = 2\cos(3t-1) + C$

$d)\ s(t) = -2\cos(3t-1) + C$

- يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x)$ إذا كانت مساحة المنطقة (R_1) هي (8) وحدات مربعة وكان مساحة المنطقة (R_2) هي (4) وحدات مربعة أجب عن السؤالين تباعاً



197) مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x)$ والمحور (x) في الفترة $[0,6]$ تساوي:

$a)\ 12$ $b)\ 2$

$c)\ 4$ $d)\ 32$

---

198) قيمة $\int_0^6 f(x)\,dx$ تساوي:

$a)\ -12$ $b)\ 12$

$c)\ -4$ $d)\ 4$

---

199) قيمة $\int 3x\sqrt{x^2+4}\,dx$ تساوي:

$a)\ \sqrt{(x^2+4)^3} + C$ $b)\ \sqrt{x^2+4} + C$

$c)\ \frac{\sqrt{(x^2+4)^3}}{3} + C$ $d)\ 3\sqrt{(x^2+4)^3} + C$

---

200) قيمة $\int_0^3 \frac{x^3+8}{x+2}\,dx$ تساوي:

$a)\ 19$ $b)\ 27$

$c)\ 12$ $d)\ 30$

---

201) الاقتران الأصلي للاقتران $f(x) = -6x^{-7}$ هو:

$a)\ 7x^{-6} + C$ $b)\ 6x^{-7} + x$

$c)\ x^{-7} + C$ $d)\ x^{-6} + C$

---

202) قيمة $\int x(3x+4)\,dx$ تساوي:

$a)\ \frac{3x^2}{2} + 4x + C$ $b)\ x^3 + 2x^2 + C$

$c)\ x^3 + 4x^2 + C$ $d)\ x^3 + 4x + C$

---

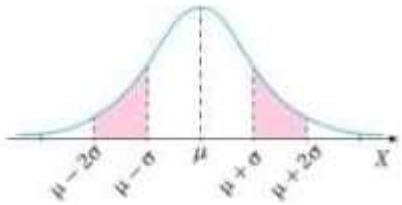
203) قيمة $\int \frac{x}{x^2+7}\,dx$ تساوي:

$a)\ 2\ln|x^2+7| + C$ $b)\ \ln|x^2+7+C$

$c)\ \frac{1}{2}\ln|x^2+7| + C$ $d)\ \ln|x| + C$

---

204) أحدد النسبة المئوية لمساحة المنطقة أسفل التوزيع الطبيعي.



$a)\ 68\%$ $b)\ 95\%$

$c)\ 47.5\%$ $d)\ 27\%$

---

205) إذا أتخذ التمثيل البياني الأطول مجموعة من مجموعة طلبة الصف الثاني عشر شكل التوزيع الطبيعي فإن النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البعد بين أطوالهم والوسط الحسابي على انحراف المعياري واحد.

$a)\ 47\%$ $b)\ 68\%$

$c)\ 95\%$ $d)\ 99.7\%$

206) إذا كان $P(Z < a) = 0.32$ فإن قيمة a

$a)\ 0.46$ $b)\ 0.5$

$c)\ -0.46$ $d)\ -0.5$

---

207) إذا كان X متغيراً عشوائياً طبيعياً وسطه الحسابي الجاري 64 وانحرافه المعياري (5) فإن القيمة المعيارية Z التي تقابل $X = 74$ هي:

$a)\ 2$ $b)\ -2$

$c)\ 1$ $d)\ -1$

---

208) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 12x \div 8$ ومر منحناه بنقطة الاصل ، فإن أحدى النقط الآتية يقطعها الاقتران مع المحور x

$a)\ (2,4)$ $b)(0,4)$

$c)\ (0,2)$ $d)\ (0,0)$

---

209) قيمة $\int_0^1 6\ e^{2x}.dx$ تساوي:

$a)\ 3(e^2 - 1)$ $b)\ 3e^2$

$c)\ 6e^2$ $d)\ 6(e^2 - 1)$

---

210) قيمة $\int_{-3}^{-3} \frac{1}{x}\ .dz$:

$a)\ -3\ \ln|x| + C$ $b)\ 3\ \ln|x| + C$

$c)\ 1$ $d)\ 0$

---

211) يتحرك جسيم من السكون ويعطي تسارعه بالاقتران $a(t) = 4\sin(2t - \pi)$ حيث t الزمن بالثواني و a تسارعه بالمتر لكل ثانية تربيع ، فما سرعة الجسيم بعد t ثانية من بدء الحركة:

$a)\ -2\ \cos(2t - \pi) + C$

$b)\ -4\ \cos(2t - \pi) + C$

$c)\ 4\ \cos(2t - \pi) + C$

$d)\ 2\ \cos(2t - \pi) + C$

212) قيمة $\int \cos x\ e^{\sin x}.dx$

$a)\ e^{\cos x} + C$ $b)\ -\ e^{\cos x} + C$

$c)\ e^{\sin x} + C$ $d)\ -\ e^{\sin x} + C$

---

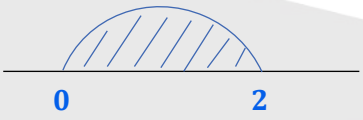
213) إذا كان $\int_3^1 4\ f(x).dx = 20$ فإن $\int_1^3 f(x)dx$

$a)\ 20$ $b)\ -20$

$c)\ 5$ $d)\ -5$

- جد المساحة المغلقة في الحالات التالية:

1) حيث $f(x) = 4e^{2x}$

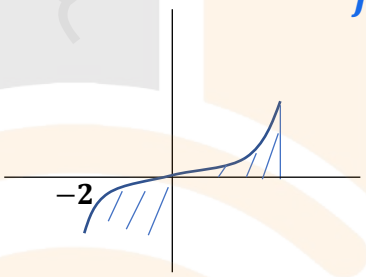


✓ الحل

$$A = \int_0^2 4e^{2x}\,dx$$
$$= 2\,e^{2x}|_0^2 = 2e^4 - 2e^0$$
$$= 2\,e^4 - 2$$

---

2) حيث $f(x) = x^3$



✓ الحل

$$A = \int_{-2}^0 x^3 dx$$
$$= -\frac{x^4}{4}\Big|_{-2}^0$$
$$= -(0-4) = 4$$

---

27) إذا كان $f(x) = |x^2 - 1|$ فأجد قيمة $\int_{-4}^0 f(x)dx$

✓ الحل

$$x^2 - 1 = 0 \quad x = \pm 1$$

$$\int_{-4}^{-1} x^2 - 1\,dx + \int_{-1}^0 1 - x^2 dx$$
$$= \frac{x^3}{3} - x\Big|_{-4}^{-1} + (x - \frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^0$$

$$= \left(-\frac{1}{3} + 1\right) - \left(-\frac{64}{3} + 4\right) + (0) - \left(-1 + \frac{1}{3}\right)$$
$$= -\frac{1}{3} + 1 + \frac{64}{3} - 4 + 1 - \frac{1}{3}$$
$$= \frac{32}{3} - 2 = \frac{62-6}{3} = \frac{56}{3}$$

---

27) جد التكاملات الآتية:

1) $\int (e^{2x+3})^5\,dx$

✓ الحل

$$\int (e^{2x+3})^5\,dx = \int e^{10x+15}\,dx$$
$$= \frac{1}{10}\,e^{10x+15} + C$$

---

2) $\int e^{4x}\,(e^{2x}+3)\,dx$

✓ الحل

$$\int e^{4x}\,(e^{2x}+3)\,dx = \int e^{6x} + 3e^{4x}\,dx$$
$$= \frac{1}{6}e^{6x} + \frac{3}{4}e^{4x}$$

3) $\int \frac{e^{5x}+2}{e^{3x}}\ dx$

✓ الحل

$$\int \frac{e^{5x}+2}{e^{3x}}\ dx = \int \frac{e^{5x}}{e^{3x}} + \frac{2}{e^{3x}} dx$$

$$= \int e^{2x} + 2e^{-3x}\ dx$$

$$= \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{2}{3}e^{-3x} + C$$

---

4) $\int \frac{e^{3x}+1}{e^{x}+1}\ dx$

✓ الحل

$$\int \frac{e^{3x}+1}{e^{x}+1}\ dx$$

$$= \int \frac{(e^x+1)(e^{2x}-e^x+1)}{e^x+1}$$

$$= \int e^{2x} - e^x + 1\ dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + x + C$$

---

5) $\int \sqrt{e^{1-x}}\ dx$

✓ الحل

$$= \int (e^{1-x})^{\frac{1}{2}}\ dx = \int e^{\frac{1}{2}-\frac{x}{2}}\ dx$$

$$= -2e^{\frac{1}{2}-\frac{x}{2}} + C$$

---

6) $\int (e^x+1)^2\ dx$

✓ الحل

$$= \int (e^{2x} + 2\,e^x + 1)\ dx$$

$$= \frac{1}{2}\,e^{2x} + 2\,e^x + x + C$$

7) $\int \frac{e^x}{e^x+4}\ dx$

✓ الحل

$$(e^x+4)' = e^x$$

$$= \ln|e^x+4| + C$$

37) أجد مساحة المنطقة المظللة بين المحور x ومنحنى الاقتران $f(x) = e^{0.5x} - 2$ الممثل في الشكل المجاور.

✓ الحل

$$A = \int_2^4 e^{0.5x} = 2\ dx$$

$$= \frac{1}{0.5}e^{0.5x} - 2\Big|_2^4 = (2e^2 - 8)$$

$$= (2e - 4)$$

---

36) إذا كان: $f(x) = \begin{cases} x^2+4\ , & x<0 \\ x-4\ , & x\geq 0 \end{cases}$

فأجد قيمة: $\int_{-1}^{1} f(x)dx$

✓ الحل

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{0} x^2+4\ dx + \int_0^1 4 = x\ dx$$

$$= \frac{x^3}{3} + 4x\Big|_{-1}^{0}$$

$$= (0+0) - \left(\frac{-1}{3} - 4\right) + \left(4 - \frac{1}{2}\right) - (0)$$

$$= 0 + \frac{13}{3} + \frac{7}{2} = \frac{26+21}{6} = \frac{47}{6}$$

38) إذا كان : $\int_a^{3a} \frac{2x+1}{x}\,dx = \ln 12$
فأجد قيمة الثابت a حيث : $a > 0$

✓ الحل

$$\frac{2x+1}{x}\,dx = \int_a^{3a}\left(\frac{2x}{x}+\frac{1}{x}\right)dx$$

$$= \int_a^{3a} 2+\frac{1}{x}\,dx = +\ln|x|\Big|_a^{3a}$$

$$= 6a + \ln 3a - (2a + \ln a)$$

$$= 4a + \ln 3a - \ln a$$

$$= 4a + \ln 3 + \ln a - \ln a$$

$$= 4a + \ln 3 = \ln 12$$

$$a + \ln 3 = (\ln 4 + \ln 3) \longrightarrow 4a = \ln 4$$

$$\longrightarrow a = \frac{\ln 4}{4}$$

---

39) يمثل الاقتران $\frac{dy}{dx} = e^{2x} - 2e^{-x}$ ميل المماس لمنحنى الاقتران y أجد قاعدة الاقتران y إذا علمت أن منحناه يمر بالنقطة $(0,1)$

✓ الحل

$$\frac{dy}{dx} = e^{2x} - 2e^{-x}$$

$$dy = (e^{2x} - 2e^{-x})dx$$

$$\int dy = \int (e^{2x} - 2e^{-x})dx$$

$$y = \frac{1}{2}\,e^{2x} + 2e^{-x} + C$$

$$(0,1) \longrightarrow 1 = \frac{1}{2} + 2 + C$$

$$C = 1 - 2\frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}e^{2x} + 2e^{-x} - \frac{3}{2}$$

40) يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x) = \frac{4}{x}$ إذا كانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x)$ والمحور x والمستقيمين $x = 1\ ,\ x = a$ هي 10 وحدات مربعة، فأجد قيمة الثابت a

✓ الحل

$$A = \int_1^a \frac{4}{x}\,dx = 4\ln x\Big|_1^a$$

$$= 4(\ln a - \ln 1) = 4\ln a = 10$$

$$\ln a = \frac{10}{4} = 2.5 \longrightarrow a = e^{2.5}$$

---

41) إذا كان $\int_0^4 (f(x)+3)\,dx = 9$ ،

$\int_0^5 2f(x)\,dx = -8$ ، فجد

$$\int_4^5 (f(x) + 3x^2)\,dx$$

✓ الحل

---

42) أجد التكاملات الآتية:

1) $\int_0^1 (x^3 + x)\sqrt{x^4 + 2x^2 + 1}\,dx$

✓ الحل

2) $\int \frac{\cos \ln x}{x} dx$

✓ الحل

- يتحرك جسيم في مسار مستقيم وتعطى سرعته بالاقتران : $v(t) = e^{-2t}$ حيث t الزمن بالقواني و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية ، إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم هو $3m$ فأجد كلاً مما يأتي:

46) موقع الجسيم بعد t ثانية

✓ الحل

$$s(t) = \int v(t)dt = \int e^{-2t}\, dx$$

$$= -\frac{1}{2}e^{-2t} + C$$

$$s(0) = 3$$

$$s(0) = -\frac{1}{2} + C = 3 \longrightarrow C = \frac{7}{2}$$

$$s(t) = \frac{1}{2}e^{-2t} + \frac{7}{2}$$

$$s(100) = -\frac{1}{2}e^{-200} + \frac{7}{2}$$

- بيئة : في دراسة تناولت أحد انواع الحيوانات المهددة بالانقراض في غابة ، تبين ان عدد حيوانات هذا النوع $P(t)$ يتغير بمعدل $P'(t) = 0.51e^{-0.03t}$ حيث الزمن بالسنوات بعد بدء الدراسة:

48) أجد قاعدة الاقتران $P(t)$ عند أي زمن t علماً بأن عدد حيوانات هذا النوع عند بدء الدراسة هو 500 حيوان.

✓ الحل

$$P'(t) = -0.51e^{-0.03t}$$

$$P(t) = \int -0.51e^{-0.03t}\, dx$$

$$= \frac{-0.51}{-0.51}\, e^{-0.03t} + C = 17\, e^{-0.03t} + C$$

$$P(0) = 500$$

$$P(0) = 17(1) + C = 500 \longrightarrow C = 483$$

$$P(t) = 17\, e^{-0.03t} + 483$$

---

62) تحد يبين الشكل المجاور المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $y = \frac{1}{x+3}$ والمحور x والمستقيمين $x = 45\ , x = 0$ أجد قيمة k التي تقسم المنطقة المظللة إلى منطقتين متساويتين في المساحة.

✓ الحل

$$\int_0^{45} \frac{1}{x+3}\, dx = \ln|x+3|\Big|_0^{45}$$

$$= \ln 48 - \ln 3 = \ln\frac{48}{3} = \ln 16$$

$$\int_0^{k} \frac{1}{x+3}\, dx = \ln(x+3)\Big|_0^{k}$$

$$= \ln(k+3) - \ln 3 = \ln\left|\frac{(k+3)}{3}\right|$$

$$\ln\left(\frac{k+3}{3}\right) = \frac{1}{2}\ln 16 = \ln(16)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{k+3}{3} = 4 \longrightarrow k+3 = 12 \longrightarrow k = 9$$

26) يعالج التلوث في بحيرة باستعمال مضاد للبكتيريا إذا كان عدد الخلايا البكتيرية الضارة في البحيرة يتغير بمعدل $N'(t) = -\frac{2000t}{1+t^2}$ حيث $N(t)$ عدد الخلايا البكتيرية لكل مليلتر من الماء بعد t يوماً من استعمال المضاد ، فأجد $N(t)$ ، علماً بأن العدد الابتدائي للخلايا هو 5000 خلية لكل مليلتر.

✓ الحل

الخطوة (1) : أجد تكامل الاقتران $N'(t)$:

$$N(t) = \int N'(t)dx$$

$$N(t) = \int -\frac{2000t}{1+t^2}\ dt$$

بالضرب في 2 والقسمة على 2

$$= -1000 \int \frac{2t}{1+t^2} dt$$

تكامل $\frac{f'(x)}{f(x)}$

$$= -1000 \ln|1+t^2| + C$$

$$|1+t^2| = 1+t^2$$

$$= -100 \ln(1+t^2) + C$$

الخطوة (2): أجد ثابت الاقتران C

قاعدة الاقتران

$$N(t) = -1000 \ln(1+t^2) + C$$

بتعويض $t = 0\ , N(0) = 5000$

$$5000 = -1000 \ln(1+(0)^2) + C$$

$$5000 = C$$

بالتبسيط

$$N(t) = -1000 \ln(1+t^2) + 5000$$

B) معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران f إذا كانت $A_1 = 7$ وحدات مربعة $A_2 = 4\ , A_3 = 5$ جد ما يأتي:

1) $\int_2^{-4} \frac{f(x)}{2}\ dx$

✓ الحل

$$\int_{-4}^{0} f(x)dx = 7$$

$$\int_{0}^{2} f(x)dx = -4$$

$$\int_{-4}^{2} f(x)dx = 7-4 = 3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\int_2^{-4} f(x)dx = \frac{1}{2}\ x - 3$$

$$= \frac{-3}{2}$$

2) المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران f والمحور x في الفترة $[-4, 5]$

✓ الحل

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 7+4+5 = 16$$

---

17) جد $\int_0^2 |e^{2x-1} - 1|\ dx$

✓ الحل

$$e^{2x-1} - e = 0 \longrightarrow e^{2x-1} = e^1$$

$$2x - 1 = 1 \longrightarrow x = 1$$

$$= \int_0^1 e - e^{2x-1}\,dx$$

$$+ \int_1^2 e^{2x-1} - e\,\,dx$$

$$= ex - \frac{e^{2x-1}}{2}\Big|_0^1$$

$$= -e + \frac{1}{2e} + \frac{e^3}{2}$$

---

13) أوجد $\int_0^{\ln 2} e^x(9 - 4e^x)\,dx$:

✓ الحل

$$\int_0^{\ln 2} (9e^x - 4e^{2x})\,dx$$

$$= 9e^x - \frac{4e^{2x}}{2}\Big|_0^{\ln 2}$$

$$= 3$$

---

14) جد $\int_0^2 (x^2 - |x-1|\,dx$:

✓ الحل

$$|x-1|0 = 0 \implies x = 1$$

$$= \int_0^1 x^2 + x - 1 + \int_1^2 x^2 + x + 1\,dx$$

$$= \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x\Big|_0^1$$

$$+ \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x\Big|_1^2$$

$$= \frac{5}{3}$$

---

15) أوجد $\int \frac{\ln\sqrt{x}}{x}\,dx$

✓ الحل

$$= \int \frac{\frac{1}{2}\ln x}{x}$$

$$u = \ln x \to \frac{du}{dx} = \frac{1}{x} \to dx = x\,du$$

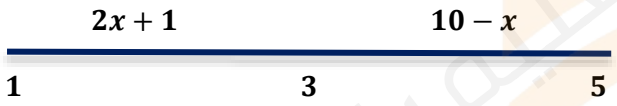
$$= \frac{1}{2}\int \frac{u}{x} x\,du = \frac{1}{2}\int u \cdot du$$

$$= \frac{1}{2}\frac{u^2}{2} + C = \frac{1}{4}(\ln x)^2 + C$$

---

16) إذا كان: $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ,x \le 3 \\ 10-x & ,x > 3 \end{cases}$ ،

فأجد قيمة : $\int_1^5 f(x)\,dx$



✓ الحل

$$\int_1^3 (2x+1)\,dx + \int_3^5 (10-x)\,dx$$

$$x^2 + x\Big|_1^3 + \left(10x - \frac{x^2}{2}\Big|_3^5 =\right.$$

$$(12-2) - \left(50 - \frac{25}{2}\right) - \left(30 - \frac{9}{2}\right)$$

$$= 10 + 20 + 8 = 22$$

17) أجد كلا من التكاملات الآتية:

1) $\int (8x^3 - 3x + 1)\,dx$

✓ الحل

$$= \int (8x^3 - 3x + 1)\,dx$$
$$= \frac{8}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + x + C$$
$$= 2x^4 - \frac{3}{2}x^2 + x + C$$

---

2) $\int \frac{x^7 - 4x^3 + 8x}{2x}\,dx$

✓ الحل

$$= \int \frac{x^7 - 4x^3 + 8x}{2x}\,dx$$
$$= \int \left(\frac{x^7}{2x} - \frac{4x^3}{2x} + \frac{8x}{2x}\right)dx$$
$$= \int \left(\frac{1}{2}x^6 - 2x^2 + 4\right)dx$$
$$= \frac{1}{14}x^7 - \frac{2}{3}x^3 + 4x + C$$

---

3) $\int (\sqrt{x} + 1)\,dx$

✓ الحل

$$= \int (\sqrt{x} + 1)\,dx = (x^{1/2} + 1)\,dx$$
$$= \frac{2}{3}x^{3/2} + x + C$$
$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + x + C$$

18) أجد كلا من التكاملات الآتية:

1) $\int \left(2e^x + \frac{3}{x}\right)dx$

✓ الحل

$$= \int \left(2e^x + \frac{3}{x}\right)dx$$
$$= 2e^x + 3\ln|x| + C$$

---

2) $\int \frac{1}{4x - 1}\,dx$

✓ الحل

$$= \int \frac{1}{4x - 1}\,dx = \frac{1}{4}\ln|4x - 1| + C$$

---

3) $\int \frac{2x^5 - 4}{x}\,dx$

✓ الحل

$$= \int \frac{2x^5 - 4}{x}\,dx = \int \left(\frac{2x^5}{x} - \frac{4}{x}\right)dx$$
$$= \int \left(2x^4 - \frac{4}{x}\right)dx$$
$$= \frac{2}{5}x^5 - 4\ln|x| + C$$

---

4) $\int \frac{2x}{x^2 - 1}\,dx$

✓ الحل

$$= \int \frac{2x}{x^2 - 1}\,dx = \ln|x^2 - 1| + C$$
$$= \frac{2}{3}x^{3/2} + x + C$$
$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + x + C$$

19) أجد كلا من التكاملات الآتية:

1) $\int 2\sin(4x+3)\,dx$

✓ الحل

$$\int 2\sin(4x+3)\,dx$$
$$= -2\times\frac{1}{4}\cos(4x+3)+C$$
$$= -\frac{1}{2}\cos(4x+3)+C$$

---

2) $\int \left(3\cos x+\sqrt[3]{x}\right)dx$

✓ الحل

$$\int \left(3\cos x+\sqrt[3]{x}\right)dx$$
$$= \int \left(3\cos x+x^{\frac{1}{3}}\right)dx$$
$$= 3\sin x+\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}+C$$
$$= 3\sin x+\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4}+C$$

---

20) أجد قيمة : $\int_1^2 \left(\frac{1}{x^2}+4\right)dx$

✓ الحل

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{x^2}+4\right)dx = \int_1^2 \left(x^{-2}+4\right)dx$$
$$= \left(-x^{-1}+4x\right)\Big|_1^2$$
$$= \left(-\frac{1}{x}+4x\right)\Big|_1^2$$
$$= \left(-\frac{1}{2}+4(2)\right)-\left(-\frac{1}{1}+4(1)\right)$$
$$= 4\frac{1}{2}$$

- إذا اعطى الميل أو المشتقة نكامل للحصول على الاقتران

21) أجد قاعدة الاقتران $f(x)$ إذا كان: $f'(x)=x-3$ ، ومرَّ منحناه بالمقطة $(2,9)$.

✓ الحل

الخطوة (1) : أجد تكامل الاقتران $f'(x)$

$$f(x)=\int (x-3)\,dx$$
$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-3x+C$$
$$9=\frac{1}{2}(2)^2-3(2)+C$$
$$C=13$$

إذن، قاعدة الاقتران هي:

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-3x+13$$

---

22) أجد التكامل الآتي :

1) $\int \frac{e^x}{e^x+7}\,dx$

✓ الحل

$$=\ln|e^x+7|+C$$

---

23) أجد كلا من التكاملات الآتية:

1) $\int \left(\sin x-\frac{5}{x}\right)dx$

✓ الحل

$$=\cos x-5\ln x+C$$

---

2) $\int \frac{2x+3}{x^2+3x}\,dx$

✓ الحل

$$=\ln|x^2+3x|+C$$

3) $\int \frac{5}{3x+2}\,dx$

✓ الحل

$$=5\ln|3x+2|+C$$

24) أجد التكامل الآتي:

1) $\int 4x^2\sqrt{x^2-5}\,dx$

✓ الحل

$$\int 4x^2(x^3-5)^{\frac{1}{2}}\,dx$$

ما داخل القوس ليس خطي نفرض u

$$dx=\frac{du}{3x^2}$$

$$\int 4x^2(u)^{\frac{1}{2}}\,\frac{du}{3x^2}$$

$$\int \frac{4}{3}(u)^{\frac{1}{2}}\,du \longrightarrow \int \frac{9}{8}(u)^{\frac{1}{2}}+C$$

$$=\frac{8}{9}(x^3-5)^{\frac{3}{2}}+C$$

---

25) جد قيمة التكامل الآتي:

$$\int_0^1 \frac{e^x}{e^x+4}\,dx$$

✓ الحل

$$\ln\left|e^x+4\right|_0^1=\ln(e^1+4)-\ln(5)$$

$$=\ln(e+4)-\ln(5)$$

$$=\ln\left(\frac{e+4}{5}\right)$$

---

26) جد قيمة التكامل الآتي:

$$\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$$

✓ الحل

$$\frac{1}{3}\int_1^2 \frac{3dx}{3x-2}=\frac{1}{3}\ln(3x-2)\Big|_1^2$$

$$=\frac{1}{3}(\ln 4-\ln(1))=\frac{1}{3}\ln(4)$$

27) جد التكامل الآتي:

$$\int \frac{\cos(\ln x)}{x}\,dx$$

✓ الحل

$$u=\ln \qquad xdx=\frac{du}{\frac{1}{x}} \qquad dx=dux$$

$$\int \frac{\cos(u)}{x}\,dux=\int \cos(u)\,du$$

$$=\sin u+c=\sin\ln x+c$$

---

28) جد قيمة التكامل الآتي:

$$\int \cos^4 5x\sin 5x\,dx$$

✓ الحل

اذا كان احد الأســس يســاوي واحد نفرض الاخر هو u

يجب ان تكون الزوايا متشــابهة ،لا تنسى رفع الأس الى خارج القوس

$$\int (\cos 5x)^4\sin 5x\,dx \quad u=\cos 5x \quad dx$$

$$=\frac{du}{-5\sin 5x}$$

$$\int (u)^4\sin 5x:\frac{du}{-5\sin 5x}=-\frac{1}{25}u^5+c$$

$$=-\frac{1}{25}\cos^5 5x+c$$

29) جد كلاً من التكاملات الآتية:

1) $\int \frac{x^2-\sqrt{x}\cos x}{\sqrt{x}}dx \quad ,0<x$

✓ الحل

AL-QALLAM EDUCATION

2) $\int_0^2 (3x+2)(x-1)\,dx$

✓ الحل

---

3) $\int 4x^5 \sin(x^6+3)\,dx$

✓ الحل

---

30) أحل الأسئلة الثلاثة الآتية تباعا:

1) أجد $\int_0^1 x^n\,dx$ ، حيث $n > 0$

✓ الحل

---

2) أثبت أن:

$$\int_0^1 x^n(1-x)\,dx = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

✓ الحل

---

3) أجد قيمة $\int_0^1 x^n(1-x^2)\,dx$ ،

ثم أكتب الإجابة في أبسط صورة ممكنة.

✓ الحل

---

37) طب: يمثل الاقتران $C(t)$ تركيز دواء في الدم بعد t دقيقة من حقنه في جسم مريض، حيث C مقيسة بالمليغرام لكل سنتميتر مكعب (mg/cm^3). إذا كان تركيز الدواء لحظة حقنه في جسم المريض $0.5 mg/cm^3$ وأخذ يتغير بمعدل $C'(t) = \frac{-0.01e^{-0.01t}}{(1+e^{-0.01t})^2}$ ، فأجد $C(t)$

✓ الحل

$$C'(t) = \frac{-0.01e^{-0.01t}}{(1+e^{-0.01t})^2}$$

$$C(t) = \int \frac{-0.01e^{-0.01t}}{(1+e^{-0.01t})^2}\,dt$$

$$u = 1+e^{-0.01t} \rightarrow dt = \frac{du}{-0.01e^{-0.01t}}$$

$$= \int \frac{-0.01e^{-0.01t}}{u^2} \cdot \frac{du}{-0.01e^{-0.01t}}$$

$$= \int \frac{1}{u^2}\,du = \int u^{-2}\,du = \frac{u^{-1}}{-1} + C$$

$$= \frac{-1}{u} + C = \frac{-1}{1+e^{-0.01t}} + C$$

$$C(0) = \frac{-1}{1+1} + C = 0.5$$

$$\rightarrow C = 0.5 + \frac{1}{2} = 1$$

$$C(t) = \frac{-1}{1+e^{-0.01t}} + 1$$

---

38) يبين الشكل المجاور جزءاً من منحنى الاقتران: $f(x) = x\sqrt{x+1}$ ، أجد مساحة المنطقة المظللة في هذا المنحنى

✓ الحل

$$f(x) = x\sqrt{x+1} = 0$$

$$x = 0, x = -1$$

$$A = -\int_{-1}^{0} (x\sqrt{x+1})\,dx$$

$$u = \sqrt{x+1} \rightarrow u^2 = x+1$$

$$2u\,du = dx$$

$$x = -1 : u = 0 \quad , \quad x = 0 : u = 1$$

$$= -\int_0^1 x(2u^2\,du) = -\int_0^1 (u^2-1)2u^2\,du$$

$$= -2\int_0^1 u^4 - u^2\,du = -2\left(\frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3}\right)\Big|_0^1$$

$$= -2\left((0) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right)\right) = -2\left(\frac{3-5}{15}\right)$$

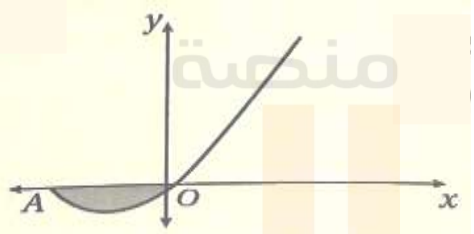
$$= \frac{4}{15}$$

---

39) يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران: $v(t) = \dfrac{-2t}{(1+t^2)^{\frac{3}{2}}}$ حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم هو 4m فأجد موقع الجسيم بعد t ثانية.

2	1.5	1	0.5	a
0.9772	0.9332	0.8413	0.6915	$L(z \le a)$

✓ الحل



$$v(t) = \frac{-2t}{(1+t^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$s(t) = \int \frac{-2t}{(1+t^2)^{\frac{3}{2}}}\,dt$$

$$1 + t^2 = u \rightarrow du = \frac{dt}{2t}$$

$$= \int \frac{-2t}{u^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{dt}{2t} = \int -u^{\frac{-3}{2}} \cdot dt$$

$$= \frac{-u^{\frac{-1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + C = \frac{2}{u^{\frac{1}{2}}} + C$$

$$= \frac{2}{\sqrt{1+t^2}} + C$$

$$s(0) = \frac{2}{1} + C = 4 \rightarrow C = 2$$

$$s(t) = \frac{2}{\sqrt{1+t^2}} + 2$$

---

40) يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث ان سرعته بعد n ثانية من بدء الحركة تُعطى بالعلاقة: $k(n) = 12(n+1)^2\ m$ ، جد موقع الجُسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة، علماً أن موقعه الابتدائي $I(0) = 6m$.

✓ الحل

41) إذا كان احتمال أن يصيب صياد الهدف في كل طلقة يطلقها عليه ثابتاً في كل مرة يساوي (0.7) ، فإذا أطلق (4) طلقات على الهدف، فما احتمال إصابة الهدف مرة واحدة على الأكثر؟

✓ الحل

---

42) تقدم لامتحان الثانوية العامة في إحدى السنوات (2000) طالب من طلبة أحد الفروع المهنية، وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي (58)، وانحراف معياري (14)، اذا علمت أنه لا يسمح للطالب الذي معدله أقل من (65) بتقديم طلب الالتحاق بالجامعات الحكومية، فجد عدد الطلبة الذين يحق لهم تقديم طلبات الالتحاق بالجامعات الحكومية من ذلك الفرع.

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من جدول التوزيع الطبيعي المعياري الآتي:

✓ الحل

43) إذا كانت أوزان (10000) طالب تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي (48) كغ، وانحرافه المعياري (3) كغ، ما عدد الطلبة الذين تنحصر أوزانهم بين (42) كغ و (51) كغ؟

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الآتي الذي يُمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

✓ الحل

---

44) إذا كانت علامتا طالبين من الصف نفسه في مبحث اللغة العربية $90,75$ ، والعلامتان المعياريتان المقابلتان لهاتين العلامتين هما $2,-1$ على الترتيب، فجد الوسط الحسابي لعلامات الطلبة في مبحث اللغة العربية في هذا الصف

✓ الحل

---

45) تعطى مشتقة الاقتران $f(x)$ بالقاعدة: $f'(x)=ax^2+bx$ ، حيث a و b ثابتان. إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران عند النقطة $(2,4)$ هو -0.8 ، وميل المماس لمنحنى الاقتران عند النقطة $x=5$ هو 2.5 ، فأجد كلا مما يأتي:

1) قيمة كل من الثابتين: a و b .
2) قاعدة الاقتران $f(x)$.

✓ الحل

z	0	0.5	1	1.5	2
$L(z \le a)$	0.5000	0.6915	0.8413	0.9332	0.9772

46) يمثل الاقتران: $a(t)=6t$ التسارع بوحدة المتر لكل ثانية تربيع لجسيم بدأ الحركة في مسار مستقيم من نقطة تبعد 4 أمتار عن نقطة الأصل في الاتجاه الموجب، حيث t الزمن بالثواني. إذا كانت سرعة الجسيم بعد ثانية واحدة هي $1\ \mathrm{m/s}$ ، فأجد موقع الجسيم بعد ثانيتين من بدء الحركة.

✓ الحل

بالون: عند نفخ بالون كروي الشكل يصبح نصف قطره y سنتيمتراً بعد t ثانية. اذا كان: $\frac{dy}{dx}=4(t+1)^{-\frac{2}{3}}$ ، وكان نصف قطر البالون بعد 7 ثوانٍ من بدء نفخه $30\ \mathrm{cm}$ ، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

47) قاعدة العلاقة y بدلالة t .

✓ الحل

---

48) نصف قطر البالون بعد 26 ثانية من بدء نفخه.

✓ الحل

إذا كان: $y = \sqrt[3]{2x+5}$ ، فأحُلُّ السؤالين الآتيين تباعاً:

49) أجد $\int y^2\,dx$

✓ الحل

---

50) أُثبِت أنَّ $\int y\,dx = \frac{3}{8}y^4 + C$

✓ الحل

---

51) أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x) = 3x^2 - 2x + 2$ والمحور x، والمستقيمين: $x = 0$ و $x = 2$.

✓ الحل

---

52) أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x) = a^2 - x^2$، والمحور x بدلالة الثابت a، حيث $a > 0$.

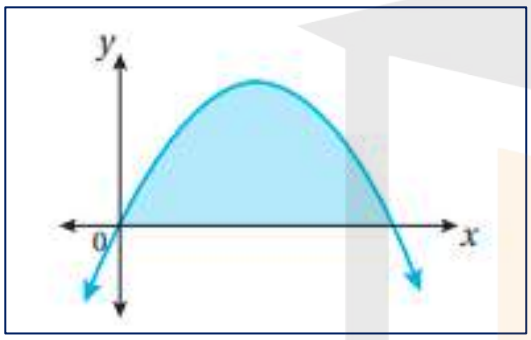
✓ الحل

---

53) أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى العلاقة: $y = (2x+16)^{\frac{3}{4}}$ ، والمحورين الإحداثيين.

✓ الحل

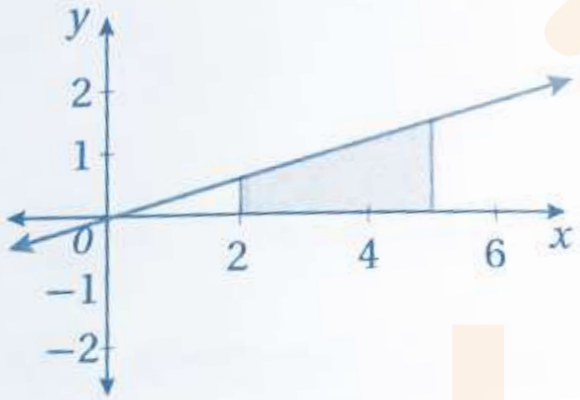
54) يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران: $y = kx(4-x)$. اذا كانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران والمحور x هي 32 وحدة مربعة، فأجد قيمة الثابت k .



✓ الحل

---

55) أجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $y = 0.3x$ ، والمحور x والمستقيمين $x = 2$ و $x = 5$ حول المحور x .



✓ الحل

بدأ جسيم الحركة في خط مستقيم من نقطة الأصل، وكانت سرعته في أي لحظة t هي $(8+4t)\ \mathrm{m/s}$:

59) أجد موقع الجسيم بعد t ثانية.

✓ الحل

---

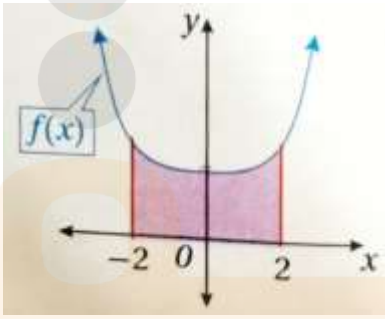
60) أجد موقع الجسيم بعد ثانيتين من بدء حركته

✓ الحل

---

61) يبين الشكل الآتي منحنى الاقتران: $f(x)=2+0.1x^4$.

أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x)$ ، والمحور x ، والمستقيمين: $x=2$ و $x=-2$.



✓ الحل

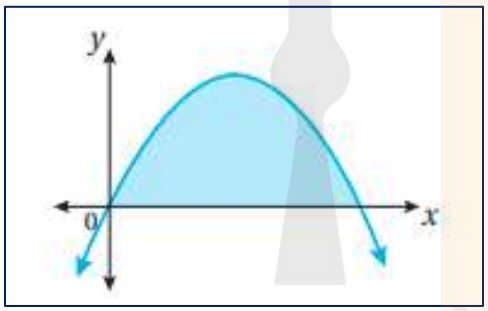
---

62) يلتئم جرح جلدي بمعدل يعطى بالاقتران: $A'(t)=-0.9\,e^{-0.1}$ ، حيث t عدد الأيام بعد الاصابة بالجرح، و $A(t)$ مساحة سطح الجرح بالسنتيمتر المربع. أجد قاعدة الاقتران $A(t)$ عند أي زمن، علما بأن مساحة سطح الجرح عند الإصابة هي: $9\ cm^2$.

✓ الحل

---

63) يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران: $y=a\,x(4-x)$ إذا كانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران والمحور هي: 32 وحدة مربعة، فأجد قيمة الثابت a .



✓ الحل

---

64) إذا كان $f(x)=\begin{cases}2x+1, & x<3\\ 10-x, & x\geq 3\end{cases}$ فأجد قيمة $\int_0^4 f(x)\,dx$:

---

65) أجد ناتج : $\int\left(\frac{3}{\sqrt[3]{x}}-\sqrt{x^3}\right)$:

---

66) إذا كان $\int_0^1 6kx\,(x^2-1)^3=12$ فأجد قيمة الثابت k :

---

67) أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x)=x^2-x-6$ والمحور x والمستقيمين $x=-2\ ,\ x=4$

68) يتحرك جسيم على مسار مستقيم حيث يعطى تسارعه بالاقتران $a(t) = 6t - 30$ حيث t الزمن بالثواني و a التسارع بالمتر المربع لكل ثانية تربيع إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل بسرعة متجهة مقدارها $10\ \mathrm{m/s}$ فأجد مرقعه بعد ثانيتين من بدء الحركة.

- أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

69) $\int f(x-3)\sin x\,(x^2 - 6x)dx$

70) $\int_1^5 |3 - x|dx$

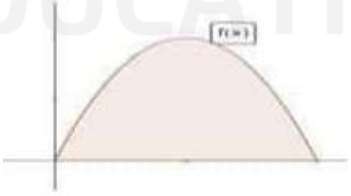
---

71) يتحرك جسيم في مسار مستقيم ، حيث تعطى سرعته المتجهه بالاقتران $v(t) = 6(t+1)^2$ حيث (t) الزمن بالثواني و (v) سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم هو $(9\ \mathrm{m})$ فأجد موقع الجسيم بعد (2) ثانية من بدء الحركة.

72) يمثل الاقتران $C(t)$ تركيز الدواء في الدم بعد (t) ساعة من حقنه في جسم مريض ، حيث (C) مقيسه بالميليغرام لكل سلنتميتر مكعب $(\mathrm{mg/cm^3})$ إذا كان تركيز الدواء في دم المريض يتغير بمعدل $C'(t) = \frac{3t}{\sqrt{(t^2+36)^3}}$ فأجد مقدار التغر في تركيز الدم خلال الساعات الثماني الأولى التي تقلت حقنه في جسم المريض

---

73) يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x) = kx(4-x)$ إذ كانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x)$ والمحور x تساوي (32) وحدة مربعة فأجد قيمة الثابت (k)



- إذا كان $X \sim B\left(3, \frac{2}{3}\right)$ فأجد كلاً مما يأتي:

74) $P(X = 2)$

75) $P(X \leq 1)$

- في دراسة لقسم الجودة في مصنع للأواني الفخارية تبين أن في (10%) من الاواني الفخارية عيباً مصنعياً إذا مثل (X) عدد الأواني الفخارية التي سيفحصها مراقب الجودة حتى إيجاد أول اناء معيب فأجد كلاً مما يأتي:

76) احتمال أن يكون الاناء الرابع هو اول اناء معيب يجده مراقب الجودة

77) احتمال أن يفحص مراقب الجودة أكثر من (3) أوان حتى إيجاد أول اناء معيب

78) العدد المتوقع منم الأواني الفخارية التي سيفحصها مراقب الجودة حتى إيجاد أول اناء معيب

- ينتج مصنع اكياس اسمنت تتبع كتلتها توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي $60\ kg$ وانحرافه المعياري $2\ kg$ إذا اختيرت كيس اسمنت عشوائياً فأجد كلاً مما يأتي:

79) احتمال أن كون كتلة الكيس أكثر من $60\ kg$

80) احتمال ان تتراوح كتلة الكيس بين $65\ kg$ و $62\ kg$

---

81) إذا كان $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ وكانت القيمة المعيارية التي تقابل $(x = 10)$ هي $(z = 1)$ والقيمة المعيارية التي تقابل $(x = 4)$ هي $(z = -2)$ فأجد قيمة (μ) و (σ).

82) إذا كانت معدلات 600 طالب تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي 73 وانحرافه المعياري 8 وقرر إدارة المدرسة تكريم الطلبة الخمسين الحاصلين على أعلى المعدلات من بين هؤلاء الطلبة، فما أقل معدل للطلبة الخمسين.

---

83) يعاج التلوث في بحيرة باستعمال مضاد للبكتيريا ، إذا كان عدد الخلايا البكتيرية الضارة لكل مليلتر من الماء في البحيرى يتغير بمعدل $N'(t) = \frac{-2000t}{1+t^2}$ حيث $N(t)$ عدد الخلايا البكتيرية لكل مليلتر من الماء بعد t يوماً من استعمال المضاد فأجد $N(t)$ علماً بأن العدد الابتدائي للخايا هو 5000 خلية لكل مليلتر.

---

84) أخذ أحمد يراقب السيارات المارة من أمام منزله ، إذا كان احتمال أن تمر سيارة حمراء من مام منزله هو 0.1 أجد أحتمال مرور أكثر كم 3 سيارات حتى شاهد احمد اول سيارة حمراء

- إذا كان احتمال ان يكون يوم ماطر في أحد الأسابيع هو 0.7 فأجد مايلي:

85) احتمال أن يكون 4 أيام ماطره في هذا الاسبوع

86) عدد الأيام المتوقع أن تكون ماطرة في هذا الأسبوع

87) التباين $(Var(X))$

88) تنتج أحدى الشركات قوارير زيت ويفترض أن تحتوي كل قارورة على نصف لتر من الزيت وان يتبع حجم هذا الزيت في القوارير توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي $506\ ml$ وانحرافه المعياري $3\ ml$ إذا احتوى صندوق على 100 قارورة توضع عشوائياً أجد عدد القوارير في هذا الصندوق التي تحوي كل منها زيتاً حجمه أقل من نصف لتر