مكثف الفخامة

الفصل الثاني

آ. فادي الشاقلدي

0795260051

الوحدة الرابعة: التكـــامـــــل

الدرس الأول: التكامل غير المحدود

1 جد قيمة كل من التكاملات الآتية:

1. $\int x\,(x^3-7)\,dx =$

2. $\int (x+2)(x-2)\,dx =$

3. $\int (3x+2)(x-2)dx =$

4. $\int \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - \sqrt{x^3}\,dx =$

5. $\int \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\,dx =$

6. $\int \frac{4-x^2}{2+x}\,dx =$

T ' FADI AL SHAQILDI

مجاهيـــل (مهـم):

2 جد قيمة المجهول في كل مما يلي:

1. $\int kx^2 \ dx = 2x^3 + C$

2. $\int 2kx + b \ dx = 6x^2 - 3x + C$

3. $\int \left(\frac{p}{2x^2} + Q\right) \ dx = \frac{2}{x} + 10x + C$

3 قيمة: $\int \frac{x^3-1}{x^2} \ dx$ هي:

ⓐ $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}$ ⓑ $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + C$

ⓒ $x^2 - \frac{1}{x} + C$ ⓓ $x^2 + \frac{1}{x} + C$

الاقتران الأصلي (كامـل بس) $G(x)$

4 جد الاقتران الأصلي لكل مما يلي:

1. $f(x) = 6$

2. $f(x) = 8x + 1$

5 قيمة: $\int \frac{2x^2-8x-10}{x+1} \ dx$ هي:

ⓐ $x^2 - 10x + C$ ⓑ $x^2 + 10x + C$

ⓒ $x^2 - 5x + C$ ⓓ $x^2 + 5x + C$

6 جد قيمة: $\int \frac{2x^2+5x+3}{2x+3} dx$.

T A FADI AL SHAQLDI

الدرس الثاني:
الشـــرط الأولـــي

- **مشتقة و نقطة:**

$$f(x) = \int f'(x)\ dx$$

- **يمر بالنقطة (a, b):**

$$f(a) = b$$

7 في كل مما يأتي المشتقة الأولى للاقتران $f(x)$، و نقطة يمر بها منحنى $y = f(x)$. استعمل المعلومات المعطا لإيجاد قاعدة الاقتران $f(x)$:

$f'(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{4}x^2$; $(4, 11)$.

8 جد قاعدة الاقتران $f(x)$ إذا كان:

$f'(x) = 3x^2 + 4x - 3$، و مرّ منحناه بالنقطة $(2, 4)$.

9 إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ هو: $f'(x) = \frac{x^2+10}{x^2}$ ، فجد قاعدة الاقتران $f(x)$ علمًا بأن منحناه يمرّ بالنقطة $(5, 2)$.

"الإيراد و التكلفة و اربح"

10 يمثّل الاقتران: $C'(x) = 3x^2 - 60x + 400$ التكلفة الحدية (بالدينار) لكل طابعة ملونة تنتجها إحدى الشركات، حيث x عدد الطابعات المنتجة، و $C(x)$ تكلفة إنتاج x طابعة بالدينار. جد اقتران التكلفة $C(x)$، علمًا بأن تكلفة إنتاج طابعة واحدة هي $JD\ 583$.

T / FADI AL SHAQLDI

" السرعة و التسارع"

$$s(t) = \int v(t)\, dt$$

$$v(t) = \int a(t)\, dt$$

الموقع الابتدائي يساوي b ← $s(0) = b$

نقطة الأصل: $s(0) = 0$

من نقطة الأصل بسرعة متجهة تساوي b:

$$s(0) = 0 \quad , \quad v(0) = b$$

1 يتحرّك جسيم في مسار مستقيم، و تعطى سرعته المتجهة بالاقتران: $v(t) = 36t - 3t^2$، حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل، فجد موقعه بعد 3 ثوانٍ من بدء الحركة.

2 يتحرك جسيم في مسار مستقيم، و يعطى تسارعه بالاقتران: $a(t) = 6t$، حيث t الزمن بالثواني، و a تسارعه بالمتر لكل ثانية تربيع. إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم هو $4m$، و كانت سرعته المتجهة هي $1\ m/s$ بعد ثانية واحدة من بدء حركته، فجد موقع الجسيم بعد ثانيتين من بدء الحركة.

T ' FADI AL SHAQLDI

3 يتحرك جسيم في مسار مستقيم، و يعطى تسارعه بالاقتران: $a(t) = 4t - 4$، حيث t الزمن بالثواني، و a تسارعه بالمتر لكل ثانية تربيع. إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل بسرعة متجهة مقدارها $5m/s$، فجد موقعه بعد 3 ثوانٍ من بدء الحركة.

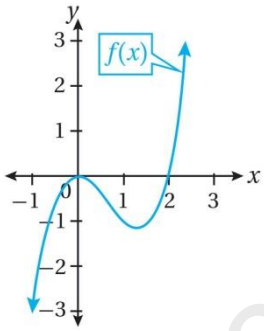
تطبيقات حياتية:

في دراسة تناولت نوعًا معينًا من الأشجار، تبيّن أن ارتفاع هذه الأشجار يتغيّر بمعدّل يمكن نمذجته بالاقتران: $h'(t) = 0.2t^{\frac{2}{3}} + \sqrt{t}$، حيث $h(t)$ ارتفاع الشجرة بالأقدام، و t عدد السنوات منذ لحظة زراعة الشجرة. إذا كان ارتفاع إحدى هذه الأشجار عند زراعتها هو $2\ ft$، فجد $h(t)$.

T ' FADI AL SHAQILDI

"إيجاد قاعدة الاقتران من الرسم"

يبيّن الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x)$، هل يمكنني تحديد قاعدة الاقتران إذا علمت أن مشتقته هي: $f'(x) = 3x^2 - 4x$؟



الدرس الثالث:
التكامل المحدود

هو تكامل عادي مثل التكاملات العادية ثم عوّض الحدود:

$$\int_a^b f(x)\,.\,dx = G(x)\Big|_a^b = G(b) - G(a)$$

1 جد قيمة كل من التكاملات الآتية:

1. $\int_0^1 (2x - 5)\,dx$

2. $\int_{-1}^2 (1 - x)(1 + 3x)\,dx$

T ' FADI AL SHAQILDI

3 قيمة: $\int_0^3 (-x^2+3x)\ dx$ هي:

(a) $3\frac{3}{4}$ (b) $21\frac{1}{4}$

(c) $4\frac{1}{2}$ (d) $22\frac{1}{2}$

4 قيمة: $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}\ dx$ هي:

(a) -2 (b) $-\frac{7}{16}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

مجاهيل المحدود: (مهم)

1 إذا كان: $\int_0^k 6x^2\ dx = 2$، جد قيمة الثابت k.

2 إذا كان: $\int_1^m (6x-10)\ dx = 4$، جد قيمة الثابت m.

3 إذا كان: $\int_0^2 kx\ dx = 6$، فإن قيمة الثابت k تساوي:

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 4

T ' FADI AL SHAQILDI

خصائص التكامل المحدود:

الخاصية (1): من الرقم لنفسه

$$\int_a^a f(x)\ dx = 0$$

قيمة: $\int_3^3 x^2 - 2x\ dx$ تساوي:

(a) 0 (b) -3

(c) 3 (d) 9

الخاصية (2): قلب الحدود

إذا كان: $\int_a^b f(x)\ dx = k$

فإن: $\int_b^a f(x)\ dx = -k$

1 إذا كان: $\int_1^2 f(x)dx = 4$، فإن $\int_2^1 f(x)\ dx$ تساوي:

(a) 4 (b) $\frac{1}{4}$

(c) -4 (d) $-\frac{1}{4}$

---

2 إذا كان: $\int_3^6 g(x)dx = \frac{3}{2}$، فإن $\int_6^3 g(x)\ dx$ تساوي:

(a) $-\frac{2}{3}$ (b) $-\frac{3}{2}$

(c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

الخاصية (3): توزيع التكامل

$$\int_a^b (f(x) \pm g(x))\ dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

1 إذا كان: $\int_0^5 f(x)\ dx = 10$، $\int_0^5 g(x)dx = 7$،
فإن $\int_0^5 g(x) + f(x)\ dx$:

(a) -17 (b) 3

(c) -3 (d) 17

---

2 إذا كان: $\int_2^1 f(x)\ dx = 2$، $\int_1^2 g(x)dx = 3$،
فإن $\int_1^2 3g(x) - f(x)\ dx$:

(a) 11 (b) -11

(c) 7 (d) -7

الخاصية (4): الرابط العجيب

$$\int_a^c f(x)\ dx + \int_c^b f(x)\ dx = \int_a^b f(x)\ dx$$

1 إذا كان: $\int_0^5 f(x)\ dx = 10$، $\int_5^7 f(x)dx = 3$،
فإن $\int_0^7 f(x)\ dx$:

(a) -13 (b) 7

(c) 13 (d) -7

T. FADI AL SHAQILDI

2 إذا كان: $\int_4^1 f(x)\,dx = 2$ ، $\int_{-1}^1 f(x)dx = 5$ ،
فإن $\int_{-1}^4 f(x)\,dx$:

ⓐ -3 ⓑ 7

ⓒ -7 ⓓ 3

إذا كان: $\int_{-3}^2 g(x)\,dx = -2$ ،
$\int_{-3}^1 f(x)dx = 4$ ، $\int_{-3}^2 f(x)\,dx = 5$ ، فجد كلًّا مما يأتي:

1. $\int_2^2 f(x)\,dx$
2. $\int_1^2 (f(x) - 5)\,dx$
3. $\int_{-3}^2 (-2f(x) + 5g(x))\,dx$

تكامل المتشعب: (مهم)

إذا كان: $f(x) = \begin{cases} 12 & , x < 2 \\ 3x^2 & , x \geq 2 \end{cases}$ ، فجد قيمة:
$\int_1^4 f(x)\,dx$.

تكامل المطلق:

جد قيمة: $\int_{-1}^4 |4x - 6|\,dx$.

T ' FADI AL SHAQILDI

مقدار التغير:

$$F(b) - F(a) = \int_a^b F'(x)\,dx$$

يمثّل الاقتران: $C'(x) = 6x + 1$ التكلفة الحديّة (بالدينار) لكل قطعة تنتجها إحدى الشركات، حيث x عدد القطع المنتجة، و $C(x)$ تكلفة إنتاج x قطعة بالدينار. جد مقدار التغيّر في التكلفة عند زيادة الشركة إنتاجها من 10 قطع إلى 20 قطعة شهريًا.

T ' FADI AL SHAQLDI

الدرس الرابع:
المساحة

1 جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x) = x^2 + 5x + 4$، و المحور x.

2 جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x) = x^2 - 4$، و المحور x، و المستقيمين: $x = -1$، و $x = 1$.

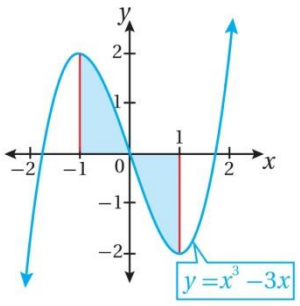
3 جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x) = -\sqrt{x}$، و المحور x، و المستقيم $x = 9$.

4 جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x) = x^3 - 5x^2 - 6x$، و المحور x.

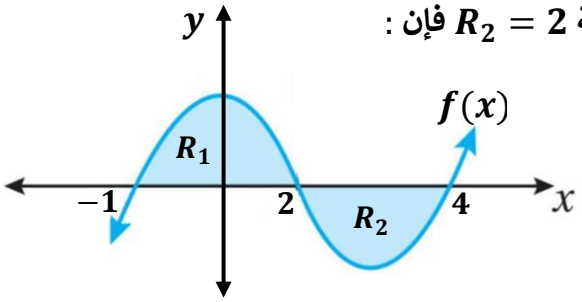
T ' FADI AL SHAQILDI

المساحة من الرسم:

1 جد مساحة المنطقة المظللة



2 معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى $f(x)$، إذا كان مساحة المنطقة $R_1 = 4$، و مساحة المنطقة $R_2 = 2$ فإن :



1. قيمة: $\int_{-1}^{4} f(x)\,dx$ هي:

ⓐ 6 ⓑ -6

ⓒ -2 ⓓ 2

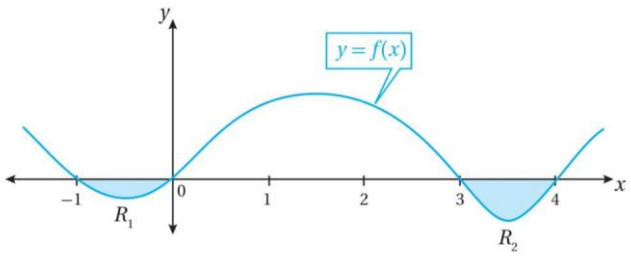
2. قيمة المساحة الكلية هي:

ⓐ 6 ⓑ 4

ⓒ 3 ⓓ 2

3 يبيّن الشكل التالي منحنى الاقتران $f(x)$. إذا كانت مساحة المنطقة R_1 هي وحدتين مربعتين، و مساحة المنطقة R_2 هي 3 وحدات مربعة، و كان:

$\int_{-1}^{3} f(x)\,dx$ ، فجد $\int_{0}^{4} f(x)\,dx = 10$



T ' FADI AL SHAQILDI

الدرس الخامس:
تكامل اقترانات خاصة

➢ قواعد مهمة:

$$\int \sin x \ dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x \ dx = \sin x + C$$

$$\int e^x \ dx = e^x + C$$

$$\int \frac{a}{x} \ dx = a \ln|x| + C$$

1 جد قيمة كل من التكاملات الآتية:

1. $\int \frac{\sin x + 3\cos x}{4} \ dx$

2. $\int \frac{e^x+7}{e^x} \ dx$

3. $\int \frac{1}{\sqrt{4x-2}} \ dx$

4. $\int 6x^2 - 3e^{7x+1} \ dx$

5. $\int \sin(2x-3) + e^{6x-4} \ dx$

6. $\int \frac{1}{5-\frac{1}{4}x} \ dx$

7. $\int \frac{2x+3}{x^2+3x} \ dx$

T ' FADI AL SHAQLDI

8. $\int \frac{9x^2}{x^3+8}\ dx$

2 جد قيمة كل من التكاملات الآتية:

1. $\int_{-1}^{2}(x+1)^3\ dx$

2. $\int_{1}^{2} 2x + 3e^x - \frac{4}{x}\ dx$

5 يتحرك جسيم في مسار مستقيم، و تعطى سرعته المتجهة بالاقتران: $v(t) = e^{-2t}$، حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم $2m$، فجد موقع الجسيم بعد t ثانية من بدء الحركة.

6 إذا كان $f'(x) = e^{-x} + x^2$ ، فجد قاعدة $f(x)$ علمًا أن منحناه يمر بالنقطة $(0, 4)$.

T ' FADI AL SHAQILDI

7 في دراسة تناولت أسماكًا في بحيرة، تبيّن أن عدد الأسماك $P(t)$ يتغيّر بمعدّل:
$P'(t) = -0.51e^{-0.03t}$، حيث t الزمن بالسنوات بعد بدء الدراسة:

1. جد قاعدة الاقتران $P(t)$ عند أي زمن t، علمًا بأن عدد الأسماك عند بدء الدراسة هو 1000 سمكة.

2. جد عدد الأسماك بعد 10 سنوات من بدء الدراسة.

---

8 قيمة: $\int_0^2 e^{2x}\ dx$ هي:

ⓐ $e^4 - 1$ ⓑ $e^4 - 2$

ⓒ $2e^4 - 2$ ⓓ $\frac{1}{2}e^4 - \frac{1}{2}$

T ' FADI AL SHAQILDI

الدرس السادس:
التكامل بالتعويض

1 جد قيمة التكاملات الآتية:

1. $\int 3x^2(x^3+1)^7 \ dx$

2. $\int (3x^2-1)\, e^{x^3-x} \ dx$

3. $\int \cos x \, e^{\sin x} \ dx$

4. $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} \ dx$

5. $\int x^4 \sin(x^5-8) \ dx$

6. $\int \sin^5 2x \cos 2x \ dx$

T ' FADI AL SHAQILDI

"التكامل بالتعويض للتكاملات المحدودة"

2 جد قيمة كل من التكاملات الآتية:

1. $\int_1^e \frac{\ln x}{x}\ dx$

2. $\int_1^2 \frac{2x+1}{(x^2+x+4)^2}\ dx$

T ' FADI AL SHAQILDI

الوحدة الخامسة:
الإحصاء و الاحتمالات

الدرس الأول:
التوزيع الهندسي

رمز القانون: $X \sim Geo(p)$

القيم التي تأخذها x: $x \in \{1, 2, 3, \dots\}$

القانون: $P(x) = P(1-P)^{x-1}$

1 إذا كان: $X \sim Geo(0.2)$ جد كلًّا مما يلي مقربًا إجابتك إلى أقرب 3 منازل عشرية:

1. $P(X \leq 3)$
2. $P(X < 3)$
3. $P(X \leq 1)$
4. $P(X < 1)$

2 في دراسة لقسم الجودة في مصنع للأواني الفخارية، تبيّن أن في 10% من الأواني الفخارية عيبًا مصنعيًا. إذا مثل X عدد الأواني الفخارية التي سيفحصها مراقب الجودة حتى إيجاد أوّل إناء مَعيب،فجد كلاً مما يأتي:

1. احتمال أن يكون الإناء العاشر هو أول إناء مَعيب يجده مراقب الجودة.
2. احتمال أن يفحص مراقب الجودة أكثر من 3 أوانٍ حتى إيجاد أول إناء مَعيب.

T ' FADI AL SHAQLDI

"إيجاد الاحتمال إذا عُلِم التوقع"

3 إذا كان X متغيرًا عشوائيًا هندسيًا، و كان التوقّع $E(X) = 2$، فجد كلًّا مما يأتي:

1. $P(X = 1)$

2. $P(X > 3)$

"إيجاد التوقع إذا عُلِم الاحتمال"

4 إذا كان: $X \sim Geo(p)$، و كان: $P(X = 1) = 0.2$، فجد التوقع $E(X)$.

4 إذا كان: $X \sim Geo(p)$، و كان: $P(X \leq 3) = \frac{819}{1331}$، فجد ناتج $P(X > 3)$.

➢ شروط التجربة الهندسية (التوزيع الهندسي):
1. استقلالية و تكرار.
2. نجاح و فشل.
3. ثبات احتمال النجاح.
4. التوقّف عند أول نجاح.

5 بيّن إذا كانت التجربة العشوائية تمثّل تجربة احتمالية هندسية في كلٍّ مما يأتي:

1. تدوير سلمى المتكرّر لمؤشر القرص المجاور الذي ينقسم إلى 4 قطاعات متطابقة، ثم توقّفها عند استقرار رأس السهم على اللون الأحمر.

2. سحب كمال 3 كرات على التوالي من دون إرجاع، من صندوق فيه 4 كرات حمراء، و 5 كرات خضراء، ثمّ كتابة عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

T. FADI AL SHAQILDI

امتحان الدرس الأول

1. إذا كان: $X \sim Geo(0.1)$، فإن $P(X=4)$ تساوي:

(a) $(0.1)(0.9)^3$ (b) $(0.9)(0.1)^3$

(c) $(0.9)(0.1)^4$ (d) $(0.1)(0.8)^4$

2. إذا كان: $X \sim Geo(0.8)$، فإن $P(X=3)$ تساوي:

(a) 0.32 (b) 0.032

(c) 0.0032 (d) 0.00032

3. إذا كان: $X \sim Geo(0.8)$، فإن $P(X \leq 2)$ تساوي:

(a) 0.096 (b) 0.0096

(c) 0.00096 (d) 0.96

4. إذا كان: $X \sim Geo(0.8)$، فإن $P(X>3)$ تساوي:

(a) 8×10^{-1} (b) 8×10^{-2}

(c) 8×10^{-3} (d) 8×10^{-4}

5. إذا كان: $X \sim Geo(0.2)$، فإن $P(X \geq 3)$ تساوي:

(a) $(0.2)(0.8)^2$ (b) $1-((0.2)+(0.2)(0.8))$

(c) $(0.2)+(0.2)(0.8)$ (d) $(0.8)(0.2)^3$

6. إذا كان: $X \sim Geo(\frac{1}{2})$، فإن $P(X=2)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{8}$

7. إذا كان: $X \sim Geo(0.2)$، فإن التوقع $E(X)$ يساوي:

(a) 10 (b) 5

(c) 20 (d) 30

8. إذا كان: $X \sim Geo(\frac{1}{5})$، فإن التوقع $E(X)$ يساوي:

(a) 5 (b) $\frac{1}{5}$

(c) 10 (d) 15

T A FADI AL SHAQLDI

9. إذا كان X متغيرًا عشوائيًا هندسيًا، و كان: $E(X)=2$، فإن $P(X=1)$ يساوي:

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{2}$

13. أخذت نور تراقب السيارات المارة أمام منزلها، إذا كان احتمال أن تمر سيارة زرقاء من أمام منزلها هو 0.1، فما احتمال مرور أكثر من 3 سيارات حتى شاهدت نور أول سيارة زرقاء؟

(a) 0.0729 (b) 0.7

(c) 0.9 (d) 0.729

10. إذا كان: $X \sim Geo(p)$، و كان $P(X=1)=0.1$ فإن التوقع $E(X)$ يساوي:

(a) 10 (b) 5

(c) 20 (d) 15

14. ألقي حجر نرد منتظم بشكل متكرر حتى ظهور الرقم 1 فإن احتمال إلقاء حجر النرد 4 مرات يساوي:

(a) $\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^2$ (b) $\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)$

(c) $\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^3$ (d) $\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^4$

11. إذا كان: $X \sim Geo(p)$، و كان $P(X \leq 2)=\frac{4}{5}$ فإن $P(X>2)$؟

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{5}$

15. تتدرّب لينا على رمي السهام، إذا كان احتمال إصابتها الهدف في كل مرة هو 20%، فكم سهمًا يتوقع أن تطلق لينا حتى تصيب الهدف أول مرة؟

(a) 10 (b) 20

(c) 15 (d) 5

12. يكرّر أحمد محاولة تشغيل فرن في مطبخه، إذا كان احتمال اشتعال الفرن في كل محاولة هو $\frac{3}{4}$ و مثل X عدد محاولات أحمد حتى يشتغل الفرن، فإن احتمال أن يتمكّن أحمد من إشعال الفرن في المحاولة الثالثة؟

(a) $\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)$ (b) $\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^2$

(c) $\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^3$ (d) $\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^4$

16. سحب أحمد 4 كرات على التوالي من دون إرجاع، من صندوق يحتوي 5 كرات حمراء و 6 كرات خضراء، ثمّ كتابة عدد الكرات الحمراء المسحوبة، كل الآتية تجعل التجربة تجربة احتمالية هندسية ما عدا:

(a) إشتمال التجربة على محاولات متكررة و مستقلة
(b) فرز النتائج لنجاح و فشل
(c) ثبات احتمالية النجاح في كل محاولة
(d) التوقف عند أول نجاح

FADI AL SHAQLDI

الدرس الثاني:
التوزيع ذي الحدّين

رمز القانون: $X \sim B(n,p)$

القيم التي تأخذها x هي قيم محدّدة : $x \in \{0,1,2,3,\dots n\}$، عددها n

القانون: $P(x) = \binom{n}{x}(p)^x(1-P)^{n-x}$

1 إذا كان: $X \sim B(5,0.1)$، فإن $P(X \leq 3)$؟

التوقع و التباين للمتغير العشوائي ذي الحدّين:

$$E(X) = np$$

$$Var(X) = np(1-p) = E(x)(1-p)$$

2 إذا كان: $X \sim B(20,0.7)$ جد كلًّ مما يلي:

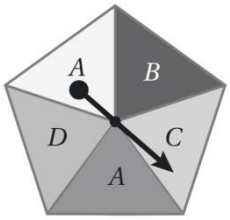
1. التوقع $E(X)$.
2. التباين $Var(X)$؟

3 في دراسة تناولت حالة الطقس لمدة طويلة في أحد المدن، تبين أن احتمال أن يكون أي يوم فيها ماطر هو $\frac{2}{7}$ إذا اختيرت 5 أيام عشوائيًا ,فجد كل مما يلي :

1. احتمال أن تكون 3 أيام فقط من هذه الأيام ماطرة.
2. احتمال أن يكون يوم واحد على الأقل من هذه الأيام ماطرًا .

T ' FADI AL SHAQLDI

4 يمثّل الشكل المجاور قرصًا على شكل خماسي منتظم. إذا دُوِّر مؤشر القرص 10 مرّات، و دلّ المتغير العشوائي X على عدد مرّات توقّف المؤشر على الحرف A، فجد كلًّا مما يأتي:



1. احتمال أن يتوقّف المؤشر على الحرف A ثلاث مرّات فقط.

2. احتمال أن يتوقّف المؤشر على الحرف A ثلاث مرّات على الأقل.

3. احتمال أن ألّا يتوقف المؤشر على الحرف A نهائيًا.

➢ شروط التوزيع ذي الحدين (أربعة شروط):
1. استقلالية و تكرار.
2. نجاح و فشل.
3. ثبات احتمال النجاح.
4. عدد محدّد من المحاولات.

5 بيّن إذا كانت التجربة العشوائية تمثّل تجربة احتمالية ذات حدّين في كل ما يأتي:

1. إلقاء 10 قطع نقدية منتظمة و متمايزة، ثم كتابة عدد الصور التي ظهرت.

2. سحب 5 كرات على التوالي من دون إرجاع، من صندوق فيه 8 كرات حمراء، و 7 كرات خضراء، ثم كتابة عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

3. إلقاء حجر نرد منتظم 20 مرّة، ثم كتابة عدد المرات التي يظهر فيها العدد 1 على الوجه العلوي لحجر النرد.

6 في دراسة لإحدى شركات الاتصالات، تبيّن أنَّ 30% من المشتركين يستعملون هواتفهم المحمولة لإجراء مكالمتين فقط يوميًا. إذا اختير 20 شخصًا من المشتركين عشوائيًا، فجد كلَّ مما يأتي:

احتمال أن يُجري اثنان منهم على الأقل مكالمتين هاتفيتين في اليوم الواحد.

T ' FADI AL SHAQILDI

7 إذا كان: $X \sim B(3,p)$، وكان: $P(X \geq 1) = \frac{215}{216}$
فجد $P(X = 2)$، مبرّرًا إجابتك.

8 إذا كان: $X \sim B(100,p)$، وكان التباين للمتغير العشوائي X هو 24، فجد قيمة p مبرّرًا إجابتك.

9 إذا كان: $X \sim B(4, 0.4)$، فإن $P(X = 3)$ تساوي:

(a) 0.1536 (b) 0.0384

(c) 0.064 (d) 0.3456

10 إذا كان X متغيرًا عشوائيًا ذا حدّين، وكان معامله $n = 320$، وتوقعه 60، فإن المعامل p هو:

(a) $\frac{3}{16}$ (b) $\frac{13}{16}$

(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{5}{16}$

11 إذا كان: $X \sim B(8, 0.1)$، فإن $P(X < 2)$ إلى أقرب 4 منازل عشرية يساوي:

(a) 0.3826 (b) 0.8131

(c) 0.4305 (d) 0.1488

12 إذا كان X متغيرًا عشوائيًا ذا حدّين، وكان توقّعه 8، و تباينه $\frac{20}{3}$، فإنَّ المعامل n هو

(a) 32 (b) 64

(c) 56 (d) 48

T / FADI AL SHAQILDI

امتحان الدرس الثاني

1. إذا كان: $X \sim B(4, 0.4)$، فإن $P(X = 3)$ تساوي:

(a) 0.1536 (b) 0.0384

(c) 0.4305 (d) 0.3456

2. إذا كان: $X \sim B(8, 0.1)$، فإن $P(X < 2)$ تساوي:

(a) 0.3826 (b) 0.8131

(c) 0.4305 (d) 0.1488

3. إذا كان: $X \sim B(4, 0.3)$، فإن $P(X > 2)$ تساوي:

(a) 0.0738 (b) 0.0837

(c) 0.837 (d) 0.738

4. إذا كان: $X \sim B(4, 0.3)$، فإن $P(X \leq 3)$ تساوي:

(a) $1 - (0.7)^4$ (b) $1 - (0.3)^3$

(c) $1 - (0.7)^3$ (d) $1 - (0.3)^4$

5. إذا كان: $X \sim B\left(3, \frac{2}{3}\right)$، فإن $P(X \geq 1)$ تساوي:

(a) $\frac{26}{27}$ (b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{1}{8}$ (d) $\frac{1}{4}$

6. إذا كان: $X \sim B(10, 0.75)$، فإن $P(X = 7)$ تساوي:

(a) $\binom{10}{4}(0.75)^{10}(0.25)^6$ (b) $\binom{10}{4}(0.75)^4(0.25)^6$

(c) $\binom{10}{4}(0.75)^{10}(0.25)^4$ (d) $\binom{10}{4}(0.75)^6(0.25)^4$

7. إذا كان: $X \sim B(20, 0.7)$، فإن التوقع $E(X)$ يساوي:

(a) 20 (b) 0.7

(c) 1.42 (d) 14

8. إذا كان: $X \sim B\left(400, \frac{3}{8}\right)$، فإن التباين $Var(X)$ يساوي:

(a) 94 (b) 75.93

(c) 93.75 (d) 95

T A FADI AL SHAQILDI

9. إذا كان X متغيرًا عشوائيًا ذا حدين، و كان توقعه 8، و كان $1 - p = 0.5$ فإن تباينه $Var(X)$ يساوي:

ⓐ 4 ⓑ 8

ⓒ 2 ⓓ 6

10. إذا كان X متغيرًا عشوائيًا ذا حدين، و كان معامله $n = 320$ و توقعه 60، فإن المعامل p هو:

ⓐ $\frac{3}{16}$ ⓑ $\frac{13}{16}$

ⓒ $\frac{3}{4}$ ⓓ $\frac{5}{16}$

11. إذا كان X متغيرًا عشوائيًا ذا حدين، و كان توقعه 8 و تباينه $\frac{20}{3}$، فإن المعامل n هو:

ⓐ 32 ⓑ 64

ⓒ 56 ⓓ 48

12. إذا كان: $X \sim (3, p)$، و كان $P(X \geq 1) = \frac{7}{8}$، فإن $P(X = 2)$ تساوي:

ⓐ $\frac{1}{8}$ ⓑ $\frac{5}{8}$

ⓒ $\frac{3}{4}$ ⓓ $\frac{3}{8}$

13. إذا كان : $X \sim B(100, p)$، و كان التوقع للمتغير العشوائي X هو 24 فإن قيمة p تساوي؟

ⓐ 0.0729 ⓑ 0.20

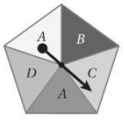
ⓒ 0.24 ⓓ 0.40

14. في دراسة تناولت حالة الطقس مدة طويلة في إحدى المدن تبيّن أن احتمال أن يكون أي يوم فيها ماطرا هو $\frac{2}{7}$ إذا اختيرت 4 أيام عشاوائيًا، فإن احتمال أن يكون يومين اثنين فقط من هذه الأيام ماطرة هو؟

ⓐ $\binom{4}{3}\left(\frac{2}{7}\right)^3\left(\frac{5}{7}\right)^1$ ⓑ $\binom{4}{4}\left(\frac{2}{7}\right)^4\left(\frac{5}{7}\right)^0$

ⓒ $\binom{4}{1}\left(\frac{2}{7}\right)^1\left(\frac{5}{7}\right)^3$ ⓓ $\binom{4}{2}\left(\frac{2}{7}\right)^2\left(\frac{5}{7}\right)^2$

15. يمثّل الشكل المجاور قرصًا على شكل خماسي منتظم. إذا دُوِّر مؤشر القرص 10 مرّات، و دلّ المتغير العشوائي X على عدد مرّات توقّف المؤشر على الحرف A، فإن احتمال أن لا يتوقع المؤشر على الحرف A نهائيًا:



ⓐ 6.047×10^{-3} ⓑ 6047×10^{-2}

ⓒ 6.047×10^{-4} ⓓ 6.047×10^{-5}

16. يواجه الطيارون صعوبة في الرؤيا باحتمال 0.25 عند الهبوط بالطائرات في أحد المطارات خلال فصل الشتاء بسبب سوء الأحوال الجوية. إذا هبط طيّار 20 مرة في هذا المطار شتاءً، فإن احتمال أن يواجه الطيار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط في المرات جميعها:

ⓐ $(0.75)^{20}$ ⓑ $(0.25)^{20}$

ⓒ $(0.75)^{19}$ ⓓ $(0.25)^{19}$

FADI AL SHAQLDI

17. وفقًا لنموذج تقييم الخدمة الالكتروني في إحدى شركات صيانة الأجهزة الكهربائية المنزلية، تبيّن رضا 75% من الزبائن عن خدمات الشركة. إذا قدمت الشركة خدماتها لـ 5 زبائن في أحد الأيام، ما احتمال رضى زبون واحد على الأكثر؟

ⓐ 0.016 ⓑ 0.010

ⓒ 0.15 ⓓ 0.50

18. بعد إجراء مسح للمصلين في أحد مساجد العاصمة عمان، تبيّن أن 40% من هؤلاء المصلين تقل أعمارهم عن 30عامًا، إذا اختير 4 مصلين عشوائيًا فما احتمال أن يقل عمر 4 منهم على الأقل عن 30 عامًا؟

ⓐ 0256 ⓑ 0.00256

ⓒ 0.562 ⓓ 0.0256

19. تبيَّن في مصنع للمصابيح الكهربائية أن احتمال أن يكون أي مصباح من إنتاج المصنع تالفًا هو 0.17 إذا اختير 100 مصباح عشوائيًا من إنتاج المصنع، فإن العدد المتوقع من المصابيح التالفة يساوي؟

ⓐ 15 ⓑ 17

ⓒ 1.7 ⓓ 16

20. تبلغ نسبة حاملي فصيلة الدم $O-$ من سكان الأرن نحو 6% تقريبًا فإن عدد الأشخاص اللذين يلزم إشراكهم في عينة عشوائية من السكان علمًا بأنه يتوقع أن يكون منهم 20 شخص من حاملي فصيلة الدم $O-$

ⓐ 330 ⓑ 323

ⓒ 333 ⓓ 325

21. بعد إجراء مسح لمشتركي إحدى شركات الاتصالات تبيّن أن 30% من المشتركين هن من الإناث. إذا اختير 400 مشترك عشوائيًا لاستطلاع آرائهم حيال الخدمة التي تقدمها الشركة، فإن التباين للمتغير العشوائي X يساوي؟

ⓐ 8.4 ⓑ 0.84

ⓒ 84 ⓓ 0.084

23. يتألف اختبار لمبحث الرياضيات من 10 أسئلة جميعها من نوع الاتيار من متعدد، و لكل منها 4 بدائل واحد منها فقط صحيح و لكل فقرة علامتين. إذا أجاب رامي عن هذه الأسئلة جميعها بصورة عشوائية، فما احتمال أ يحصل على علامة 16 من 20

ⓐ $\binom{10}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^{8}\left(\frac{3}{4}\right)^{8}$ ⓑ $\binom{10}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^{10}\left(\frac{3}{4}\right)^{10}$

ⓒ $\binom{10}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^{8}\left(\frac{3}{4}\right)^{10}$ ⓓ $\binom{10}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^{8}\left(\frac{3}{4}\right)^{2}$

22. إطلاق سهم نحو هدف، ثم التوقف عند إصابة الهدف أول مرة، كل الآتية يجع التجربة تجربة احتمالية ذات حدّين ما عدا:

ⓐ إشتمال التجربة على محاولات متكررة و مستقلة
ⓑ فرز النتائج لنجاح و فشل
ⓒ ثبات احتمالية النجاح في كل محاولة
ⓓ وجود عدد محدد من المحاولات

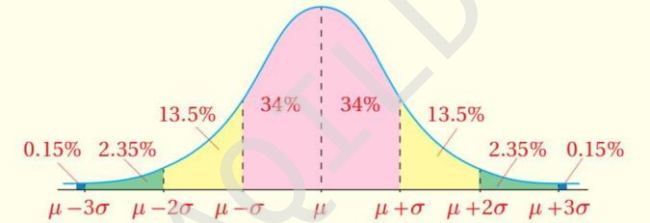
TV FADI AL SHAQLDI

الدرس الثالث:
التوزيع الطبيعي

رمز القانون: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

حيث: μ: الوسط الحسابي

σ : الإنحراف المعياري.



1 إذا اتخذت علامات الطلبة في اختبار لمبحث التاريخ شكل المنحنى الطبيعي، فجد كلًا مما يأتي:

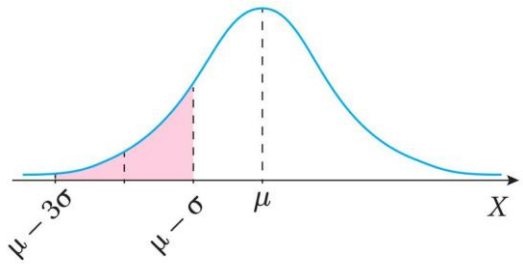
1. النسبة المئوية للعلامات التي تقع فوق الوسط الحسابي.

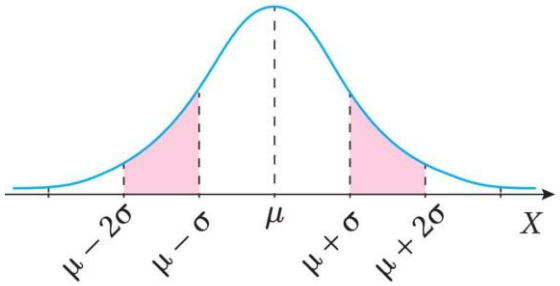
2. النسبة المئوية للعلامات التي لا يزيد البعد بينها و بين الوسط الحسابي على انحراف معياري واحد.

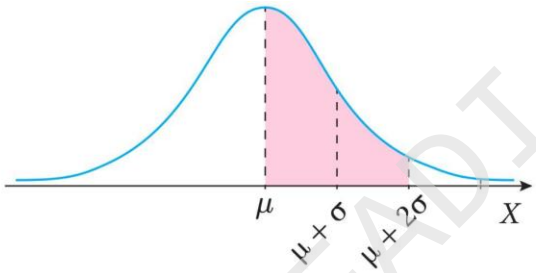
3. النسبة المئوية للعلامات التي تزيد على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين.

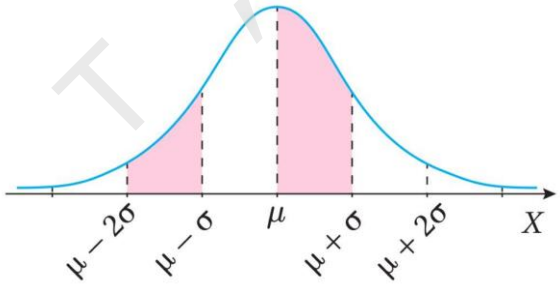
4. النسبة المئوية للعلامات التي تزيد على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحراف معياري واحد ، أو تقل عنه بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية.

2 حدّد النسب المئوية لمساحة المنطقة المظللة أسفل كل توزيع طبيعي مما يأتي:

1.


2.


3.


4.


FADI AL SHAQLDI

3 إذا كان: $X \sim N(30, 0.4^2)$، فإن:
$P(29.2 < X < 30)$.

4 النسبة المئوية لمساحة المنطقة المحصورة بين $\mu - 3\sigma$ و $\mu + 3\sigma$ أسفل منحنى التوزيع الطبيعي هي:

ⓐ 68% ⓑ 95%

ⓒ 99.7% ⓓ 89.7%

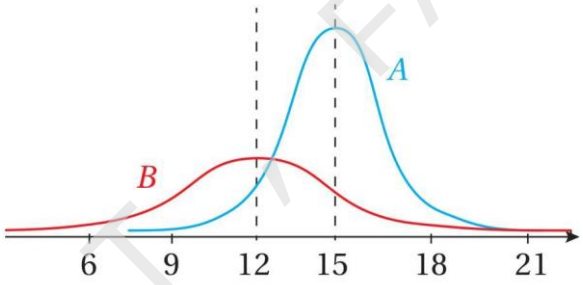
"الأسئلة الكلامية"

5 توصلت دراسة إلى أن أطوال النساء في إحدى المدن تتبع توزيعًا طبيعيًا، وسطه الحسابي 167 cm، و انحرافه المعياري 8 cm. إذا اختيرت امرأة عشوائيًا، فجد كلًا مما يأتي:

1. احتمال أن يكون طول المرأة أقل من 167 cm.

2. احتمال أن يتراوح طول المرأة بين 159 cm و 167 cm.

6 يمثّل كلٌ من المنحنيين المجاورين توزيعًا طبيعيًا. عند المقارنة بين الوسط الحسابي و الانحراف المعياري، أي من الآتية صحيحة؟



ⓐ $\mu_B > \mu_A \ , \sigma_A > \sigma_B$
ⓑ $\mu_A = \mu_B \ , \sigma_A = \sigma_B$
ⓒ $\mu_A > \mu_B \ , \sigma_B > \sigma_A$
ⓓ $\mu_A = \mu_B \ , \sigma_A \neq \sigma_B$

TAWFEEDI AL SHAQILDI

➢ خصائص المنحنى الطبيعي

1. منحنى متصّل له شكل الجرس.
2. تطابق الوسط الحسابي و الوسيط و المنوال، و ترتبط البيانات في كل منها.
3. تماثل البيانات حول الوسط الحسابي.
4. اقتراب المنحنى عند طرفيه من المحور x من دون أن يمسّه.
5. المساحة الكلية أسفل المنحنى هي 1.

أي من الآتية يعد مثالًا على البيانات المنفصلة

ⓐ أعداد السيارات ⓑ سرعة السيارات

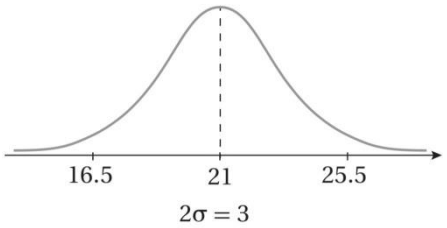
ⓒ أوزان القطط ⓓ أطوال الأشخاص

أي من الآتية يعد مثالًا على البيانات المتصلة:

ⓐ قوارير الماء ⓑ عدد البيوت

ⓒ أعداد الأشخاص ⓓ المقاسات

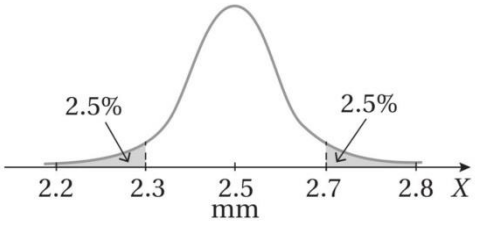
معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى التوزيع الطبيعي يكن التعبير عن التوزيع الطبيعي بالرموز بالشكل:



ⓐ $X \sim N(21, 3)$ ⓑ $X \sim N(21, 3^2)$

ⓒ $X \sim N(21, 1.5)$ ⓓ $X \sim N(21, 1.5^2)$

معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى التوزيع الطبيعي، ما قيمة الانحراف المعياري:



ⓐ 0.2 ⓑ 0.3

ⓒ 0.4 ⓓ 0.1

T ' FADI AL SHAQLDI

امتحان الدرس الثالث

1. إذا اتخذت كتل مجموعة من الأشخاص شكل المنحنى الطبيعي فإن النسبة المئوية للأشخاص الذين تقع كتلهم فوق الوسط الحسابي؟

ⓐ 99.7% ⓑ 50%

ⓒ 47.5% ⓓ 16%

2. إذا اتخذت كتل مجموعة من الأشخاص شكل المنحنى الطبيعي، فإن النسبة المئوية للأشخاص الذين لا يزيد البعد بين كتلهم و الوسط الحسابي على انحراف معياري واحد؟

ⓐ 99.7% ⓑ 50%

ⓒ 47.5% ⓓ 68%

3. إذا اتخذت كتل مجموعة من الأشخاص شكل المنحنى الطبيعي، فإن النسبة المئوية للأشخاص الذين تقل كتلهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين؟

ⓐ 99.7% ⓑ 50%

ⓒ 47.5% ⓓ 68%

4. إذا اتخذت كتل مجموعة من الأشخاص شكل المنحنى الطبيعي، فإن النسبة المئوية للأشخاص الذين تقل كتلهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد عن ثلاث انحرافات معيارية، أو تزيد عليه بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين؟

ⓐ 97.35% ⓑ 50%

ⓒ 47.5% ⓓ 68%

5. إذا كان: $X \sim N(20,4)$، فإن $P(X > 20)$؟

ⓐ 50% ⓑ 68%

ⓒ 99.7% ⓓ 0.15%

6. إذا كان: $X \sim N(55,121)$، فإن $P(X > 77)$؟

ⓐ 50% ⓑ 68%

ⓒ 2.5% ⓓ 0.15%

7. إذا كان: $X \sim N(79,144)$، فإن $P(X < 43)$؟

ⓐ 50% ⓑ 68%

ⓒ 2.5% ⓓ 0.15%

8. إذا كان: $X \sim N(30, 0.4^2)$، فإن $P(29.2 < X < 30)$؟

ⓐ 47.5% ⓑ 68%

ⓒ 2.5% ⓓ 0.15%

9. إذا كان: $X \sim N(8, 0.04)$، فإن $P(7.8 < X < 8.2)$؟

ⓐ 47.5% ⓑ 68%

ⓒ 2.5% ⓓ 0.15%

T / FADI ALSHAQLDI

10. ينتج مصنع أكياس مسامير تتبع توزيعًا طبيعيً، وسطه الحسابي $50\ kg$ و انحرافه المعياري $2\ kg$، إذا اختير كيس اسمنت عشوائيًا، فما احتمال أن تكون كتلة الكيس أكثر من $54\ kg$؟

ⓐ 2.5% ⓑ 47.5%

ⓒ 34% ⓓ 2.35%

11. تتبع أطوال أشجار السرو في إحدى الغابات الحرجية توزيعًا طبيعيًا وسطه الحسابي $18.5\ m$ و انحرافه المعياري $2.5\ m$ إذا اختيرت شجرة سرو عشوائيًا من تلك الغابة، فما احتمال أن تتراوح طولها بين $16\ m$ و $21\ m$؟

ⓐ 2.5% ⓑ 47.5%

ⓒ 68% ⓓ 2.35%

12. كل الآتية من خصائص التوزيع الطبيعي ما عدا:

ⓐ المنوال < الوسيط < الوسط الحسابي
ⓑ منحناه متصل له شكل مثل الجرس
ⓒ تماثل البيانات حول الوسط الحسابي
ⓓ المساحة الكلية أسفل منحناه هي 1

13. المساحة الكلية أسفل منحنى التوزيع الطبيعي هي:

ⓐ 0.5 ⓑ 0.25

ⓒ 0.75 ⓓ 1

14. النسبة المئوية لقيمة البيانات التي تقع بين : $\mu - 3\sigma$ و $\mu + \sigma$ اسفل منحنى التوزيع الطبيعي هي:

ⓐ 81.50% ⓑ 83.85%

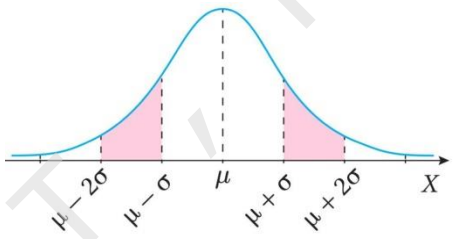
ⓒ 68% ⓓ 43%

15. اعتمادً على علامات مجموعة من طلاب الصف السادس لوحظ أن علامات هؤلاء الطلاب تتبع توزيعًا طبيعيًا وسطه الحسابي 20 و انحرافه المعياري 2 ، إذا لم ينجح في الاختبار سوى 84% من الطلبة فإن علامة النجاح هي:

ⓐ 20 ⓑ 22

ⓒ 24 ⓓ 26

16. معتمدًا الشكل المجاور ما النسبة المئوية لمساحة المنطقة المظللة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي



ⓐ 27% ⓑ 68%

ⓒ 4.7% ⓓ 0.30%

T/ FADI AL SHAQLDI

الدرس الرابع:
التوزيع الطبيعي المعياري

رمز القانون: $Z \sim N(0,1)$

الخصائص: (مهم)

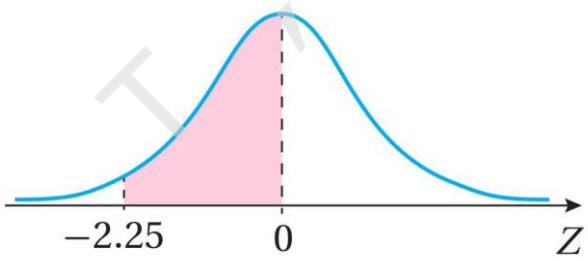
- وسطه الحسابي صفر
- انحرافه المعياري 1

1 جد قيمة a التي تحقق الاحتمال المعطى في كل مما يلي:

1. $P(0 < Z < a) = 0.45$

2. $P(-a < Z < a) = 0.1272$

2 جد مساحة المنطقة المظللة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري في كل مما يأتي:



T. FADI AL SHAQLDI

9. معتمدًا الجدول المجاور الذي يمثّل جزءً من جدول المنحنى الطبيعي المعياري:

z	0.62	1.25	0	1.34	2.01
$P(Z<z)$	0.7324	0.8944	0.500	0.9099	0.9778

ما قيمة : $P(Z<-0.62)$؟

ⓐ 0.2676 ⓑ 0.9099

ⓒ 0.9778 ⓓ 0.1056

10. معتمدًا الجدول المجاور الذي يمثّل جزءً من جدول المنحنى الطبيعي المعياري:

z	0.62	1.25	0	1.5	2.34
$P(Z<z)$	0.7324	0.8944	0.5000	0.9332	0.9904

ما قيمة : $P(-1.5<Z<2.34)$؟

ⓐ 0.2676 ⓑ 0.9099

ⓒ 0.9236 ⓓ 0.1056

11. أي من الآتية يكافئ: $P(-a<Z<a)$، حيث $a>0$:

ⓐ $2P(Z<a)-1$ ⓑ $2P(Z>a)-1$

ⓒ $1-2P(Z<a)$ ⓓ $1-2P(Z>a)$

12. كتبت روان الصيغة الأساسية للتوزيع الطبيعي المعياري بشكل خاطئ على النحو الآتي:
$N\sim Z(1,0^2)$ ، أي من الآتية يمثّل الشكل الصحيح للتوزيع الطبيعي المعيارى؟

ⓐ $N\sim Z(1,0)$ ⓑ $N\sim Z(0,1)$

ⓒ $Z\sim N(0,1)$ ⓓ $Z\sim N(1,0)$

13. إذا كان: $P(Z<a)=0.8$، فإن $P(Z>a)$ يساوي:

ⓐ 0.8 ⓑ 0.7

ⓒ 0.4 ⓓ 0.2

14. إذا كان: $P(Z>a)=0.7$، فإن $P(Z<a)$ يساوي:

ⓐ 0.8 ⓑ 0.7

ⓒ 0.3 ⓓ 0.2

15. إذا كان: $P(Z<a)=0.9$، فإن $P(Z>-a)$ يساوي:

ⓐ 0.9 ⓑ 0.1

ⓒ 0.3 ⓓ 0.2

16. إذا كان: $P(Z<a)=0.2$، فإن $P(Z<-a)$ يساوي:

ⓐ 0.9 ⓑ 0.1

ⓒ 0.3 ⓓ 0.8

17. إذا كان: $P(Z<a)=0.1$، فإن $P(Z>a)$ يساوي:

ⓐ 0.9 ⓑ 0.1

ⓒ 0.3 ⓓ 0.8

18. إذا كان: $P(Z<a)=0.6$، فإن: $P(-a<Z<a)$ يساوي:

ⓐ 0.9 ⓑ 0.1

ⓒ 0.2 ⓓ 0.8

T ' FADI AL SHAQLDI

جدول التوزيع الطبيعي المعياري

Z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.0802	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8642	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319

19. ما قيمة a التي تحقق: $P(Z < a) = 0.7642$

(a) $a = 0.71$ (b) $a = 0.72$

(c) $a = 0.73$ (d) $a = 0.74$

جدول التوزيع الطبيعي المعياري

Z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.0802	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8642	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319

20. ما قيمة a التي تحقق: $P(Z < a) = 0.13$

(a) $a = 1.14$ (b) $a = -1.14$

(c) $a = 1.12$ (d) $a = -1.12$

21. ما قيمة a التي تحقق: $P(Z > a) = 0.8531$

(a) $a = 1.04$ (b) $a = -1.04$

(c) $a = 1.05$ (d) $a = -1.05$

جدول التوزيع الطبيعي المعياري

Z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.0802	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8642	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319

22. ما قيمة a التي تحقق: $P(Z > a) = 0.372$

(a) $a = 0.32$ (b) $a = -0.23$

(c) $a = 0.22$ (d) $a = -0.22$

جدول التوزيع الطبيعي المعياري

Z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.0802	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8642	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.7938	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

23. ما قيمة a التي تحقق: $P(0 < Z < a) = 0.45$

(a) $a = 1.64$ (b) $a = 1.65$

(c) $a = 1.66$ (d) $a = 1.67$

T ' FADI ALSHAQLDI

الدرس الخامس:
احتمال المتغير العشوائي الطبيعي باستعمال الجدول

قانون التحويل من X إلى Z لاستخدام الجدول:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

X: العلامة الأصلية.

μ: الوسط الحسابي

σ: الانحراف المعياري

1 إذا كان X متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا، وسطه الحسابي 220 ، و انحرافه المعياري 10، فجد قيمة x التي تقابل القيمة المعيارية z في كل مما يأتي:

1. $z = 2$

2. $z = -3.5$

3. $z = 4.2$

مهم جدًا:

2 إذا كان: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$، و كانت القيمة المعيارية التي تقابل $X = 14$ هي $Z = 3$، و القيمة المعيارية التي تقابل $X = -6$ هي $Z = -2$، فجد الوسط الحسابي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X.

T ' FADI AL SHAQLDI

للتمييز بين استخدام الجرس و الجدول:

- نستخدم الجرس عندما تكون الزيادة على الوسط الحسابي عدد انحرافات معيارية ثابتة.
- نستخدم الجدول إذا كانت الزيادة على الوسط الحسابي عدد انحرافات معيارية غير ثابته.

3 إذا كان: $X \sim N(7, 0.25)$، فجد كل احتمال مما يأتي باستعمال جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

1. $P(X < 7.7)$

2. $P(X > 6.1)$

3. $P(6 < X < 7.1)$

4 تتبع كتل ثمار الجوافة في إحدى مزارع غور الاردن توزيعًا طبيعيًا، وسطه الحسابي $70\ g$، و انحرافه المعياري $4g$:

1. جد نسبة ثمار الجوافة التي تزيد كتلة كل منها على $80\ g$.

2. إذا وضع في شاحنة 4500 ثمرة جوافة من إنتاج هذه المزرعة، فجد عدد ثمار الجوافة التي تقل كتلة كل منها عن $65\ g$ في هذه الشاحنة.

النسبة × العدد الكلي = العدد

$n = N \times P$

T ' FADI AL SHAQILDI

مهم جدًا جدًا جدًا:

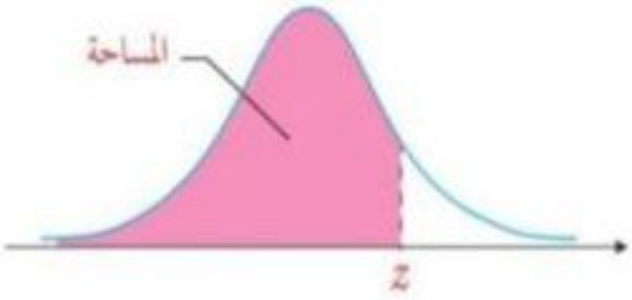
5 إذا كانت معدّلات 600 طالب تتبع توزيعًا طبيعيًا، وسطه الحسابي هو 73 ، و انحرافه المعياري هو 8، و قررت إدارة المدرسة تكريم الطلبة الخمسين الحاصلين على أعلى المعدّلات من بين هؤلاء الطلبة، فما أقل معدّل للطلبة الخمسين؟

6 إذا كانت علامات 2000 طالب في أحد الاختبارات تتبع توزيعًا طبيعيًا، وسطه الحسابي 83، و انحرافه المعياري 4، فإن عدد الطلبة الذين تقل علاماتهم عن 80 هو تقريبًا

ⓐ 453 ⓑ 1547

ⓒ 1567 ⓓ 715

T ' FADI AL SHAQILDI



جدول التوزيع الطبيعي المعياري

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

T. FADI AL-SHAQLDI